

DESCOMPOSICIÓN DUAL DE R^2 EN MODELOS DE REGRESIÓN LINEAL

Ernesto Cupé Clemente

Centro de Investigaciones Económicas y Empresariales - CIEE

Universidad Privada Boliviana

ecupe@upb.edu

(Recibido el 08 de octubre 2009, aceptado para publicación el 29 de noviembre 2009)

RESUMEN

Se presenta una novedosa técnica de descomposición de R^2 en modelos de regresión lineal. Se parte del hecho que R^2 es invariante ante rotaciones coplanares de los vectores de observaciones de las variables, por lo que resulta natural descomponer R^2 simultáneamente respecto a las direcciones de mayor varianza tanto en el espacio de las variables como de los individuos, lo que conduce a la *Descomposición Dual* de R^2 . Esta descomposición cuantifica el poder explicativo de cada variable e individuo simultáneamente y, en particular, permite identificar a las variables e individuos de mayor poder explicativo en el modelo. En el primer caso, resulta muy útil para orientar medidas de política; en el segundo, permite identificar individuos atípicos que, cuando concentran demasiado poder explicativo, podrían estar generando lecturas incorrectas para el conjunto. Estos resultados y su aplicación al estudio de determinantes de la distribución de dividendos empresariales, muestran que todo análisis de regresión lineal debería estar acompañado de su respectivo análisis de descomposición dual.

Palabras Clave: Descomposición Dual, Poder Explicativo, Descomposición de Valor Singular, Rotación Coplanar.

1. INTRODUCCIÓN

Este artículo es el segundo producto de una línea de investigación que el autor ha seguido en el último tiempo en el área de metodología econométrica. El tema central es la descomposición del coeficiente de determinación de un modelo de regresión lineal, el popular R^2 .

Como es sabido, este es un indicador básico que cuantifica el poder explicativo que tienen las variables independientes para poder explicar la variable dependiente. También es sabido que este indicador de conjunto por excelencia no tiene una descomposición en términos de las variables; es decir, no existe una metodología reconocida por todos que permita obtener el R^2 como suma de contribuciones o participaciones de cada una de las variables. En la práctica, sin embargo, una descomposición de ese tipo es muy necesaria a fin de identificar la o las variables de mayor poder explicativo en el modelo y, en consecuencia, tomar decisiones o adoptar medidas de política consistentes con dichos resultados.

Ante este vacío teórico y recurrente necesidad práctica, se han ensayado, implementado y aplicado no muchas propuestas. Una de ellas es la Descomposición de Fields [6] y una más reciente la Descomposición Ortogonal [3]; si bien ésta última salva algunas deficiencias de la primera, ambas metodologías descomponen R^2 exclusivamente en términos de las variables. En este artículo se presenta una nueva metodología de descomposición, en línea con la Descomposición Ortogonal, que no solamente resuelve la descomposición en términos de variables, sino que efectúa la descomposición en términos de los individuos, y todo ello simultáneamente y en un contexto común dominado por la dualidad.

La descomposición en términos de las variables permite identificar las variables con mayor poder explicativo y, por tanto, las más importantes. Por supuesto, la lectura o interpretación de los resultados en términos de variables se consideran representativas de características de conjunto de los individuos; dicha consideración no se la hace en base a algún criterio técnico. La descomposición dual por variables permite identificar las variables de mayor poder explicativo, la descomposición dual por individuos permite en particular verificar si el poder explicativo de las variables responde a una característica de conjunto de los individuos o no; en este último caso, permite detectar el o los pocos individuos en los que se concentra desproporcionadamente el poder explicativo para, eventualmente, retirarlos de la muestra o agregar variables a fin de capturar propiedades o características verdaderamente de conjunto.

Este artículo está organizado de la siguiente forma: en la siguiente sección, Sección 2, se hace una revisión de trabajos previos sobre el tema. En la Sección 3, se desarrolla la nueva metodología de Descomposición Dual y en la siguiente sección, Sección 4, se presenta una aplicación al estudio de determinantes de la distribución de dividendos en un conjunto de 56 empresas. En la Sección 5 se presentan las conclusiones.

2. REVISIÓN DE TRABAJOS ANTERIORES

No se tienen muchos antecedentes sobre investigaciones metodológicas relativas a la descomposición de R^2 . La mayor parte de los métodos de descomposición no se refieren a la descomposición de R^2 sino a la descomposición de la variable dependiente e.g. un índice de desigualdad en términos de fuente de ingreso o subgrupo poblacional, Morduch y Sicular [9] o Hua Wan Guang [13]. Uno de los pocos trabajos específicos sobre descomposición de R^2 es Fields [6] y más recientemente Cupé [3].

2.1 TERMINOLOGÍA Y NOTACIÓN

En forma genérica, se considera que se dispone de observaciones de las variables independientes y dependiente sobre individuos. En datos de corte transversal estos individuos pueden ser personas, hogares, regiones, etc.; por extensión, en series de tiempo, los “individuos” son los distintos puntos en el tiempo. Por otra parte, expresando las variables del modelo lineal con intercepto

$$Y = \beta_0 + X \beta + e \quad (1)$$

en términos de sus desviaciones respecto a la media, se obtiene

$$Y^c = X^c \beta + e \quad (2)$$

donde

$$X^c = M_0 X \quad (3)$$

$$Y^c = M_0 Y \quad (4)$$

y M_0 es la respectiva matriz de transformación a desviaciones respecto a la media,

$$M_0 = I - \frac{1}{T} t t' \quad (5)$$

y t un vector columna de unos. Entonces, con $\hat{\beta}$, la estimación OLS (*Ordinary Least Square*) de β en (2) o, equivalentemente, la resultante de la estimación OLS en (1), la estimación de Y^c está dada por:

$$\hat{Y}^c = X^c \hat{\beta} \quad (6)$$

El coeficiente de determinación R^2 , tanto del modelo (1) como del modelo (2), está dado por

$$R^2 = \frac{\hat{Y}^c{}' \hat{Y}^c}{Y^c{}' Y^c} \quad (7)$$

que es un ratio de varianzas, de la varianza de la componente de la variable dependiente explicada por el modelo respecto a la varianza de la propia variable dependiente.

2.2 DESCOMPOSICIÓN DE FIELDS

Gary Fields, de la *Cornell University*, propone una directa y sencilla descomposición de R^2 , características que han popularizado y extendido su aplicación a diversas áreas, particularmente en estudios sobre determinantes de la desigualdad en el ingreso. Fields¹ descompone R^2 como

¹ En Fields [5], G. Fields expresa [2.8] en su forma equivalente: $R^2 = \sum_i \frac{cov[X_i \hat{\beta}_i, Y]}{var[Y]}$.

$$R^2 = \sum_{i=1}^k \hat{\beta}_i \frac{X_i^{c'} Y^c}{Y^{c'} Y^c} \quad (8)$$

de donde se sigue directamente que

$$s(X_i) = \hat{\beta}_i \frac{X_i^{c'} Y^c}{Y^{c'} Y^c} \quad (9)$$

es la participación de la i -ésima variable independiente en R^2 .

Como se señala en Cupé [3], si bien el método de descomposición propuesto por G. Fields es simple y directo, presenta serias limitaciones de alta importancia práctica. La primera se refiere a que nada garantiza la no negatividad de las participaciones $s(X_i)$. Dado que se trata de explicar una varianza, una participación negativa no tiene sentido. La segunda limitación se refiere a que la descomposición de Fields ignora completamente el efecto combinado que tienen los regresores en la explicación de la varianza de la variable dependiente. A lo anterior se añade un tercer aspecto a considerar, el parámetro estimado $\hat{\beta}_i$ ya incorpora efectos de todas las variables independientes, para ver ello es suficiente recordar cómo se obtiene el estimador OLS del vector de parámetros $\hat{\beta}$.

2.3 DESCOMPOSICIÓN ORTOGONAL

Recientemente, en Cupé [3] se propone una descomposición ortogonal de R^2 basada en la descomposición de valor singular² de la matriz X^c ,

$$R^2 = \sum_{i=1}^K q(X_i) + \sum_{i < j}^{i=K-1, j=K} q(X_i, X_j) \quad (10)$$

donde la participación directa de la variable independiente X_i en el R^2 está dada por

$$q(X_i) = \hat{\beta}_i^2 \sum_{j=1}^K \frac{(X_i^{c'} U_j)^2}{Y^{c'} Y^c} \quad (11)$$

y la participación combinada de las variables X_i y X_j está dada por

$$q(X_i, X_j) = 2\hat{\beta}_i \hat{\beta}_j \sum_{l=1}^K \frac{(X_i^{c'} U_l)(X_j^{c'} U_l)}{Y^{c'} Y^c}, \quad i < j, \quad i=1, \dots, K-1, \quad j=2, \dots, K \quad (12)$$

Las participaciones directas son positivas y las participaciones combinadas pueden ser positivas o negativas.

La descomposición ortogonal (10) salva las primeras dos limitaciones de la Descomposición de Fields, sin embargo, debido a la presencia de $\hat{\beta}_i$ en (11), todavía incorpora efectos de las otras variables independientes en la participación directa de la i -ésima variable. Estos efectos son frecuentemente ignorados en el análisis marginal; por ejemplo, cuando $\hat{\beta}_i$ se interpreta en términos de cambio en la variable dependiente debido a cambio en la i -ésima independiente. Si la lógica del análisis marginal se extiende al análisis global del modelo a través de R^2 y solamente interesa la descomposición a nivel de variables, la descomposición (10) puede ser aplicada. En cambio, si se considera que la presencia de $\hat{\beta}_i$ en la participación directa de la i -ésima variable incorpora innecesariamente efectos de las demás variables independientes, o si interesa también estudiar la distribución del poder explicativo a través de su concentración, conviene considerar la descomposición dual de R^2 que se desarrolla a continuación.

² La *descomposición de valor singular* de la $N \times K$ matriz de rango K X^c expresa a esta matriz como $X^c = UDV'$, donde U y V son matrices ortonormales $N \times N$ y $K \times K$, respectivamente; D es una matriz $N \times K$ cuyos únicos valores no nulos son los K valores singulares dispuestos en orden decreciente sobre la diagonal que parte del primer elemento de esta matriz.

3. DESCOMPOSICIÓN DUAL DE R²

3.1 UNA CARACTERIZACIÓN DE R²

El valor de R^2 depende del hiperplano generado por los vectores con observaciones de las variables y no de cada variable en particular. Por ejemplo, en la Tabla 3.1 se reportan los resultados de la regresión de las variables independientes *Años de Experiencia*, XPER, y *Años de Escolaridad*, AESCOLA, sobre la variable dependiente *Ingreso Laboral*, INGLAB³; en la Tabla 3.2A se reportan similares resultados con la variable XPER sustituida por la variable XPERROT, esta última se obtuvo rotando XPER coplanarmente un ángulo de 20 grados.

TABLA 3.1 - REGRESIÓN DE INGRESO LABORAL SOBRE EXPERIENCIA Y AÑOS DE ESCOLARIDAD

Dependent Variable: INGLAB

Method: Least Squares

Sample: 1 3761

Included observations: 3761

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.466128	0.119262	29.06313	0.0000
XPER	0.042362	0.002456	17.24898	0.0000
AESCOLA	0.172352	0.008073	21.35005	0.0000
R-squared	0.119490	Mean dependent var		6.033526
Adjusted R-squared	0.119022	S.D. dependent var		2.232759
S.E. of regression	2.095677	Akaike info criterion		4.318428
Sum squared resid	16504.62	Schwarz criterion		4.323399
Log likelihood	-8117.804	F-statistic		254.9911
Durbin-Watson stat	1.658484	Prob(F-statistic)		0.000000

TABLA 3.2A - REGRESIÓN CON REGRESOR EXPERIENCIA ROTADO 20° COPLANARMENTE

Dependent Variable: INGLAB

Method: Least Squares

Sample: 1 3761

Included observations: 3761

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.466128	0.119262	29.06313	0.0000
XPERROT	0.060877	0.003529	17.24898	0.0000
AESCOLA	0.104760	0.006939	15.09810	0.0000
R-squared	0.119490	Mean dependent var		6.033526
Adjusted R-squared	0.119022	S.D. dependent var		2.232759
S.E. of regression	2.095677	Akaike info criterion		4.318428
Sum squared resid	16504.62	Schwarz criterion		4.323399
Log likelihood	-8117.804	F-statistic		254.9911
Durbin-Watson stat	1.658484	Prob(F-statistic)		0.000000

³ Los datos fueron tomados de la Encuesta de Hogares 2006, elaborada por el Instituto Nacional de Estadística de Bolivia.

Si bien los parámetros $\hat{\beta}_i$ han cambiado considerablemente con la rotación, el coeficiente de *experiencia* se ha incrementado en más del 40% y el coeficiente de *escolaridad* se ha reducido en casi 40%; el valor de R^2 , sin embargo, se ha mantenido invariable en ambas regresiones.

Además, en términos de correlación, la rotación de 20 grados de XPER ocasiona que la moderada correlación con el otro regresor prácticamente desaparezca, de una correlación negativa de 0.51 entre XPER y AESCOLA pasa a una correlación negativa de 0.03 entre XPERROT y AESCOLA, ver Tabla 3.2B.

**TABLA 3.2B - MATRIZ DE CORRELACIÓN ENTRE REGRESORES
(Rotación Coplanar 20°)**

	XPER	XPERROT	AESCOLA
XPER	1.000000	0.874410	-0.511782
XPERROT	0.874410	1.000000	-0.030675
AESCOLA	-0.511782	-0.030675	1.000000

Si el ángulo de rotación se incrementa a 60 grados, se obtienen los resultados reportados en la Tabla 3.3A. Esta vez, ante tan considerable cambio, los coeficientes de los regresores cambian también considerablemente e incluso cambian de signo, como en el caso de la variable *experiencia*. Por otra parte, una vez más, el valor de R^2 no cambia con la rotación coplanar.

**TABLA 3.3A - REGRESIÓN CON REGRESOR EXPERIENCIA ROTADO
60° COPLANARMENTE**

Dependent Variable: INGLAB

Method: Least Squares

Sample: 1 3761

Included observations: 3761

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.466128	0.119262	29.06313	0.0000
XPERROT	-0.360823	0.020919	-17.24898	0.0000
AESCOLA	1.186760	0.063322	18.74163	0.0000
R-squared	0.119490	Mean dependent var		6.033526
Adjusted R-squared	0.119022	S.D. dependent var		2.232759
S.E. of regression	2.095677	Akaike info criterion		4.318428
Sum squared resid	16504.62	Schwarz criterion		4.323399
Log likelihood	-8117.804	F-statistic		254.9911
Durbin-Watson stat	1.658484	Prob(F-statistic)		0.000000

En términos de correlación, al rotar 60 grados la variable XPER se ocasionó que la moderada correlación negativa con el otro regresor se incremente hasta casi la colinealidad positiva, ver Tabla 3.3B; de una correlación negativa de 0.51 entre XPER y AESCOLA se pasa a una correlación positiva de 0.99 entre XPERROT y AESCOLA.

**TABLA 3.3B - MATRIZ DE CORRELACIÓN ENTRE REGRESORES
(Rotación Coplanar 60°)**

	XPER	XPERROT	AESCOLA
XPER	1.000000	-0.602798	-0.511782
XPERROT	-0.602798	1.000000	0.993984
AESCOLA	-0.511782	0.993984	1.000000

Puesto que el valor de R^2 depende solamente del plano generado por las variables, el problema de descomponer el coeficiente de determinación R^2 del modelo se reduce a descomponer la varianza $\hat{Y}^c \hat{Y}^c$ en dicho plano. Resulta natural, entonces, descomponer $\hat{Y}^c \hat{Y}^c$, y por tanto R^2 , en términos de los ejes principales de las nubes de puntos que representan a los vectores fila o vectores columna de la matriz de desviaciones X^c . Los ejes principales capturan las direcciones de mayor variación tanto en el espacio \mathfrak{R}^N , donde está la nube de puntos de columnas de X^c , como en el espacio \mathfrak{R}^K , donde está la nube de puntos de las filas transpuestas de X^c ; las direcciones de dichos ejes están dadas por las columnas de las matrices ortonormales U y V de la descomposición de valor singular de X^c , U en el espacio \mathfrak{R}^K y V en el espacio \mathfrak{R}^N . Debido a que dichos ejes principales son ortogonales, esta descomposición de R^2 es una descomposición ortogonal.

La varianza $\hat{Y}^c \hat{Y}^c$ se descompone en términos de la base ortonormal del espacio de variables como

$$\hat{Y}^c \hat{Y}^c = Y^c U_{(K)} U'_{(K)} Y^c \quad (13)$$

donde $U_{(K)}$ es la submatriz de la matriz ortonormal U conformada por sus K primeras columnas.

3.2 DESCOMPOSICIÓN DUAL POR INDIVIDUOS

La descomposición ortogonal (13) permite descomponer R^2 en términos de los individuos. A partir de dicha relación se obtiene la siguiente desagregación de la varianza $\hat{Y}^c \hat{Y}^c$,

$$\hat{Y}^c \hat{Y}^c = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K [Y^c(i) U(i, j)]^2 + \sum_{i \neq i'}^N \sum_{j=1}^K [Y^c(i) U(i, j)] [Y^c(i') U(i', j)] \quad (14)$$

Así, R^2 puede descomponerse en términos de contribuciones por individuo,

$$R^2 = \sum_{i=1}^N q_U(i) + \sum_{i \neq i'}^N qq_U(i, i') \quad (15)$$

donde $q_U(i)$ es la contribución directa del i -ésimo individuo y está dada por

$$q_U(i) = \frac{\sum_{j=1}^K [Y^c(i) U(i, j)]^2}{Y^c Y^c} \quad (16)$$

Y, por otra parte, $qq_U(i, i')$ es la participación o contribución combinada del i -ésimo individuo con el i' -ésimo individuo y está dada por

$$qq_U(i, i') = \frac{\sum_{j=1}^K [Y^c(i) U(i, j)] [Y^c(i') U(i', j)]}{Y^c Y^c} \quad (17)$$

donde se tiene que $qq_U(i, i') = qq_U(i', i)$ y que cada uno de éstos es un término de (15). Para efectos de reporte, debido a que generalmente el número de observaciones no es pequeño, conviene reportar la participación combinada del i -ésimo individuo:

$$qq_U(i) = \sum_{i' \neq i} qq_U(i, i') \quad (18)$$

3.3 DESCOMPOSICIÓN DUAL POR VARIABLES

Dualmente, a partir de [3.1] y de la descomposición de valor singular de la matriz X^c , se sigue que la varianza explicada por el modelo se expresa en términos de la base ortonormal del espacio dual de las observaciones como

$$\hat{Y}^c{}' \hat{Y}^c = Y^c{}' X^c W X^c{}' Y^c \quad (19)$$

donde

$$W = V D_{(K)}^{-2} V'$$

y $D_{(K)}^{-2}$ es el cuadrado de la inversa de la matriz diagonal $K \times K$ en cuya diagonal principal están en orden decreciente los K valores singulares no nulos de X^c .

Así, a partir de (7) y (19) se sigue que R^2 puede descomponerse dualmente en términos de contribuciones por variable,

$$R^2 = \sum_{j=1}^K q_v(j) + \sum_{j \neq j'}^K qq_v(j, j') \quad (20)$$

Donde $q_v(j)$ es la contribución directa de la j -ésima variable y está dada por

$$q_v(j) = \frac{(Y^c{}' X_j^c)^2 W(j, j)}{Y^c{}' Y^c} \quad (21)$$

Y $qq_v(j, j')$ es la participación o contribución combinada de la j -ésima variable con la j' -ésima variable y está dada por

$$qq_v(j, j') = \frac{\sum_{j \neq j'}^K (Y^c{}' X_j^c) W(j, j') (Y^c{}' X_{j'}^c)}{Y^c{}' Y^c} \quad (22)$$

donde se tiene $qq_v(j, j') = qq_v(j', j)$ y que cada uno de ellos es un término de (20).

Las expresiones (15) y (20) constituyen la *descomposición dual* de R^2 . La descomposición dual de R^2 no tiene las limitaciones de la propuesta de Fields y, además, evita la presencia de efectos innecesarios en la participación directa de cada variable en R^2 .

4. APLICACIÓN AL ESTUDIO DE DETERMINANTES DE DIVIDENDOS EMPRESARIALES

Se trata de identificar los determinantes de la decisión de distribuir dividendos en 56 empresas, para ello, a partir de los respectivos balances anuales, se ha generado un conjunto de indicadores de rentabilidad y eficiencia, expansión y necesidad de fondos para expansión, estructura financiera, generación de fondos y nivel de endeudamiento, y liquidez⁴.

Luego del análisis econométrico usual, el amplio conjunto de indicadores financieros capaces de explicar el comportamiento de la distribución de dividendos, DIV⁵, se redujo a los siguientes cuatro:

X1	tasa de variación de fondos propios
X2 ⁶	endeudamiento en términos de recursos propios,
X3 ⁷	capacidad de cobertura de gastos financieros
X4	liquidez en términos de obligaciones por deudas a corto plazo.

⁴ La base de datos y el enfoque en la elaboración de indicadores de esta aplicación se han tomado de Gonzáles [10] y Carrascal [2]; una descripción más detallada de ambos puede encontrarse en Cupé [3].

⁵ DIV = Dividendos/Utilidad después de intereses e impuestos.

⁶ X2 = Deuda total/Recursos propios.

⁷ CGF = Utilidad antes de intereses e impuestos/Gastos financieros.

De acuerdo al reporte de la Tabla 4.1, un incremento en la *tasa de variación de los fondos propios* se refleja en menor disponibilidad para *dividendos* (coeficiente negativo de X1); una disminución de *solventia frente a deudas* (incremento del ratio de deudas sobre recursos propios) se refleja en menores *dividendos* (coeficiente negativo de X2). A su vez, aumentos de la *capacidad de cobertura de gastos financieros* se traducen en mayores *dividendos*, (coeficiente positivo de X3); y mayor *liquidez* significa mayores *dividendos* (coeficiente de X4 positivo).

En conjunto, los cuatro indicadores financieros incluidos como variables independientes en el modelo explican el $R^2=58.9\%$ de la variación de los dividendos.

TABLA 4.1 - ESTIMACIÓN DEL MODELO DE DETERMINANTES DE DIVIDENDOS EMPRESARIALES

Dependent Variable: DIV

Method: Least Squares

Sample: 1 56

Included observations: 56

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.238354	0.111044	2.146477	0.0366
X1	-5.97E-05	2.38E-05	-2.503850	0.0155
X2	-0.073515	0.041894	-1.754794	0.0853
X3	0.006368	0.003074	2.071525	0.0434
X4	0.259618	0.034094	7.614771	0.0000
R-squared	0.589202	Mean dependent var		0.461071
Adjusted R-squared	0.556982	S.D. dependent var		0.661584
S.E. of regression	0.440347	Akaike info criterion		1.282540
Sum squared resid	9.889202	Schwarz criterion		1.463375
Log likelihood	-30.91113	F-statistic		18.28713
Durbin-Watson stat	2.110723	Prob(F-statistic)		0.000000

Ahora, se trata de cuantificar el poder explicativo de cada una de las variables independientes en la explicación de la dependiente.

4.1 DESCOMPOSICIÓN DE FIELDS

En la Tabla 4.2 se presentan los resultados de la popular Descomposición de Fields⁸ de R^2 . Según esta descomposición, la liquidez es por mucho la variable con mayor poder explicativo, 82%.

TABLA 4.2 - DETERMINANTES DE DIVIDENDOS EMPRESARIALES
Descomposición de Fields

Participación	Regresores				Total
	X1	X2	X3	X4	
s(Xi)	0.023	0.049	0.035	0.482	0.589
p(Xi)	4%	8%	6%	82%	100%

4.2 DESCOMPOSICIÓN ORTOGONAL

En la Tabla 4.3 se presentan los resultados de la Descomposición Ortogonal de R^2 , efectuada siguiendo la metodología propuesta en Cupé [3]. Una vez más, la liquidez es de lejos la variable de mayor poder explicativo directo. Además, de acuerdo al reporte de participaciones combinadas, que en general no son muy altas, esta variable tiene también el más alto poder explicativo combinado.

⁸ En Cupé [3] se muestra con casos concretos algunas importantes limitaciones de esta metodología de descomposición de R^2 . Dichas limitaciones se manifiestan principalmente por ignorar las participaciones combinadas y/o bajo presencia de participaciones negativas.

**TABLA 4.3 - DETERMINANTES DE DIVIDENDOS EMPRESARIALES
DESCOMPOSICIÓN ORTOGONAL**

	Participaciones Directas				Total
	X1	X2	X3	X4	
q(Xi)	0.053	0.027	0.036	0.499	0.615
p(Xi)	9%	5%	6%	84%	104%

	Participaciones Combinadas						Total
	X1 X2	X1 X3	X1 X4	X2 X3	X2 X4	X3 X4	
q(Xi,Xj)	-0.009	0.005	-0.056	0.012	0.041	-0.020	-0.023
p(Xi,Xj)	-1%	1%	-9%	2%	7%	-3%	-4%

4.3 DESCOMPOSICIÓN DUAL

4.3.1 DESCOMPOSICIÓN POR VARIABLES

Los resultados de la Descomposición Dual por variables, Tabla 4.4, confirman los resultados obtenidos previamente con la Descomposición de Fields y la Descomposición Ortogonal: La liquidez es por mucho la variable más importante en la explicación de la distribución de dividendos en el conjunto de las 56 empresas.

**TABLA 4.4 - DETERMINANTES DE DIVIDENDOS EMPRESARIALES
DESCOMPOSICIÓN DUAL: POR VARIABLES**

	Participaciones Directas				Total
	X1	X2	X3	X4	
qq(Xi)	0.011	0.097	0.036	0.497	0.641
p(Xi)	2%	17%	6%	84%	109%

	Participaciones Combinadas						Total
	X1 X2	X1 X3	X1 X4	X2 X3	X2 X4	X3 X4	
qq(Xi,Xj)	0.006	-0.003	0.021	-0.025	-0.078	0.026	-0.052
p(Xi,Xj)	1%	0%	4%	-4%	-13%	4%	-9%

4.3.2 DESCOMPOSICIÓN POR EMPRESAS

La importancia predominante de la variable de *liquidez* entre los determinantes de la distribución de dividendos señala que es ésta la variable en la que deben concentrarse los potenciales inversionistas en acciones de las 56 empresas al momento de evaluar y tomar la decisión de invertir. Hasta ahora, los resultados apoyan la idea respecto a que las empresas quiebran por caja, no por utilidad.

Aparentemente todo está dicho, la liquidez es la variable de mayor poder explicativo en el modelo. Sin embargo, una novedad del método de Descomposición Dual es que permite estudiar la descomposición de R^2 desde la perspectiva de las empresas.

En la Tabla 4.5 se reportan las participaciones directas y combinadas en la descomposición de R^2 . Inmediatamente llama la atención el extremadamente alto valor de la participación directa (y también de la participación combinada) de la Empresa 31.

TABLA 4.5 - DESCOMPOSICIÓN DUAL POR EMPRESAS

Empresa	Participación Directa	Empresa	Participación Directa	Empresa	Participación Directa
1	0.000043	20	0.000396	39	0.000023
2	0.000070	21	0.000059	40	0.000963
3	0.000014	22	0.000001	41	0.000121
4	0.000057	23	0.000039	42	0.001129
5	0.012408	24	0.000116	43	0.008643
6	0.000001	25	0.000497	44	0.000226
7	0.000005	26	0.002055	45	0.000212
8	0.000003	27	0.000061	46	0.000007
9	0.000030	28	0.000024	47	0.000000
10	0.000005	29	0.002147	48	0.000008
11	0.000004	30	0.000000	49	0.000419
12	0.000005	31	0.339408	50	0.001200
13	0.000016	32	0.000023	51	0.000011
14	0.000069	33	0.000012	52	0.000001
15	0.000271	34	0.000006	53	0.000096
16	0.000002	35	0.000068	54	0.000003
17	0.000033	36	0.000000	55	0.000073
18	0.000004	37	0.000082	56	0.000099
19	0.000035	38	0.000008	Total	0.371310

Empresa	Participación Combinada	Empresa	Participación Combinada	Empresa	Participación Combinada
1	0.003483	20	0.007321	39	0.001105
2	-0.002903	21	0.003464	40	0.007176
3	-0.000589	22	-0.000630	41	0.005575
4	0.003114	23	0.003083	42	0.007208
5	0.067364	24	0.004153	43	0.000731
6	-0.000568	25	0.000666	44	0.001598
7	0.000024	26	0.008526	45	0.000787
8	-0.000406	27	0.003658	46	-0.000331
9	0.001403	28	0.000253	47	-0.000016
10	-0.000408	29	0.008497	48	0.001166
11	0.000058	30	0.000113	49	0.001062
12	-0.000197	31	0.069889	50	0.006455
13	0.001507	32	-0.000482	51	0.002297
14	0.002771	33	-0.001723	52	-0.000195
15	-0.006698	34	0.000267	53	0.001605
16	0.000429	35	0.004892	54	0.000846
17	0.002685	36	-0.000110	55	0.002442
18	0.000172	37	-0.006594	56	-0.001307
19	0.001228	38	0.001976	Total	0.217892

A fin de tener una mejor percepción de la participación de la Empresa 31 en la descomposición de R^2 , en la Tabla 4.6 las participaciones directas y combinadas han sido expresadas en términos porcentuales respecto al total de participación directa y al total de participación combinada, respectivamente.

TABLA 4.6 - DESCOMPOSICIÓN DUAL POR EMPRESAS
(En porcentaje)

Participación		Participación		Participación	
Empresa	Directa	Empresa	Directa	Empresa	Directa
1	0.011647	20	0.106581	39	0.006108
2	0.018827	21	0.015913	40	0.259287
3	0.003867	22	0.000355	41	0.032555
4	0.015322	23	0.010414	42	0.303942
5	3.341629	24	0.031257	43	2.327823
6	0.000281	25	0.133848	44	0.060911
7	0.001473	26	0.553580	45	0.056994
8	0.000697	27	0.016308	46	0.001956
9	0.008066	28	0.006593	47	0.000006
10	0.001274	29	0.578262	48	0.002064
11	0.001002	30	0.000060	49	0.112878
12	0.001355	31	91.408318	50	0.323214
13	0.004191	32	0.006220	51	0.002889
14	0.018648	33	0.003157	52	0.000299
15	0.072866	34	0.001690	53	0.025781
16	0.000664	35	0.018414	54	0.000728
17	0.008935	36	0.000029	55	0.019550
18	0.001196	37	0.022008	56	0.026548
19	0.009315	38	0.002207	Total	100

Participación		Participación		Participación	
Empresa	Combinada	Empresa	Combinada	Empresa	Combinada
1	1.598722	20	3.360009	39	0.506936
2	-1.332382	21	1.589565	40	3.293573
3	-0.270402	22	-0.289040	41	2.558812
4	1.429310	23	1.414830	42	3.308111
5	30.916239	24	1.906177	43	0.335271
6	-0.260770	25	0.305560	44	0.733364
7	0.011024	26	3.912793	45	0.361039
8	-0.186456	27	1.679008	46	-0.151732
9	0.643983	28	0.116217	47	-0.007369
10	-0.187171	29	3.899820	48	0.535322
11	0.026600	30	0.051830	49	0.487333
12	-0.090424	31	32.074908	50	2.962550
13	0.691853	32	-0.221339	51	1.054210
14	1.271630	33	-0.790587	52	-0.089291
15	-3.074230	34	0.122717	53	0.736782
16	0.196685	35	2.244977	54	0.388139
17	1.232370	36	-0.050531	55	1.120574
18	0.078783	37	-3.026495	56	-0.599990
19	0.563786	38	0.906795	Total	100

De acuerdo a los resultados de la Descomposición Dual de R^2 , la empresa 31 tiene un extremadamente alto poder explicativo del R^2 , más del 90%. Se tiene entonces una situación no deseable: la descomposición por variables concentra el poder explicativo en una sola variable y la descomposición por empresas concentra el poder explicativo en una sola empresa.

En la práctica, la Empresa 31 debería ser estudiada detenidamente y, luego, posiblemente retirada de la muestra por tratarse de un caso atípico. A fin de ilustrar la aplicación de la descomposición dual, se procede de esa manera y se pasa a estimar y analizar el mismo modelo pero con la base sin la Empresa 31. El reporte de la estimación del modelo sin Empresa 31 se tiene en la Tabla 4.7; el efecto sobre R^2 es impresionante: De un R^2 igual a 0.59 con empresa 31 incluida, se pasa a un R^2 igual a 0.27 cuando dicha empresa se excluye de la muestra.

TABLA 4.7 - DETERMINANTES DE DIVIDENDOS EMPRESARIALES (SIN EMPRESA 31)

Dependent Variable: DIV

Method: Least Squares

Sample (adjusted): 1 55

Included observations: 55 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.336697	0.116311	2.894794	0.0056
X1	-4.42E-05	2.41E-05	-1.832824	0.0728
X2	-0.079444	0.040529	-1.960207	0.0556
X3	0.006391	0.002967	2.153915	0.0361
X4	0.144893	0.062124	2.332328	0.0238
R-squared	0.270343	Mean dependent var		0.399455
Adjusted R-squared	0.211970	S.D. dependent var		0.478800
S.E. of regression	0.425036	Akaike info criterion		1.213223
Sum squared resid	9.032782	Schwarz criterion		1.395707
Log likelihood	-28.36362	F-statistic		4.631327
Durbin-Watson stat	2.095092	Prob(F-statistic)		0.002936

En este nuevo escenario, con la empresa 31 excluida, nuevamente se debe identificar la variable con mayor poder explicativo y, dualmente, la distribución del poder explicativo entre las 55 empresas. Excluir la Empresa 31 tiene un efecto importante sobre el poder explicativo de las variables, al punto que la *liquidez* deja de ser la variable más importante en esos términos; ahora la variable con mayor poder explicativo es el *endeudamiento*, seguida de cerca por la *capacidad de cobertura de gastos financieros*.

**TABLA 4.8 - DETERMINANTES DE DIVIDENDOS EMPRESARIALES (SIN EMPRESA 31)
DESCOMPOSICIÓN DUAL POR VARIABLES**

	Participaciones Directas				Total
	X1	X2	X3	X4	
qq(Xi)	0.017	0.113	0.106	0.075	0.311
p(Xi)	6%	42%	39%	28%	115%

	Participaciones Combinadas						Total
	X1 X2	X1 X3	X1 X4	X2 X3	X2 X4	X3 X4	
qq(Xi,Xj)	0.007	-0.006	0.023	-0.046	-0.028	0.009	-0.041
p(Xi,Xj)	2%	-2%	9%	-17%	-10%	3%	-15%

La descomposición por empresas, Tabla 4.9, muestra que si bien la concentración del poder explicativo ya no es tan extrema como lo era inicialmente, aún se tiene todavía una alta concentración en la Empresa 5 de dicho poder explicativo, 66% en la participación directa y 27% en la combinada.

**TABLA 4.9 - DETERMINANTES DE DIVIDENDOS EMPRESARIALES (SIN EMPRESA 31)
DESCOMPOSICIÓN DUAL POR EMPRESAS**

Participación		Participación		Participación	
Empresa	Directa	Empresa	Directa	Empresa	Directa
1	0.000066	20	0.000520	40	0.001401
2	0.000168	21	0.000089	41	0.000310
3	0.000015	22	0.000000	42	0.001647
4	0.000066	23	0.000260	43	0.012612
5	0.070371	24	0.000139	44	0.000404
6	0.000001	25	0.001115	45	0.000425
7	0.000030	26	0.002997	46	0.000003
8	0.000000	27	0.000086	47	0.000003
9	0.000031	28	0.000041	48	0.000001
10	0.000001	29	0.005402	49	0.001821
11	0.000020	30	0.000002	50	0.003441
12	0.000004	32	0.000035	51	0.000235
13	0.000017	33	0.000040	52	0.000011
14	0.000072	34	0.000045	53	0.000339
15	0.001243	35	0.000131	54	0.000000
16	0.000017	36	0.000001	55	0.000158
17	0.000048	37	0.000255	56	0.000310
18	0.000002	38	0.000008		
19	0.000046	39	0.000017		
				Total	0.106518

Participación		Participación		Participación	
Empresa	Combinada	Empresa	Combinada	Empresa	Combinada
1	0.003270	20	0.008441	40	0.010414
2	-0.004724	21	0.003146	41	0.003839
3	-0.000746	22	-0.000147	42	0.010933
4	0.003403	23	0.005684	43	0.001084
5	0.045099	24	0.004648	44	0.003008
6	0.000461	25	0.005855	45	0.002150
7	0.000771	26	0.013051	46	-0.000558
8	0.000007	27	0.003852	47	0.000002
9	0.000330	28	-0.000767	48	0.000331
10	-0.000276	29	0.019891	49	0.006256
11	0.000550	30	-0.000121	50	0.009951
12	-0.000259	32	-0.001027	51	0.004623
13	0.000437	33	-0.002213	52	-0.000099
14	0.003103	34	0.001918	53	0.003459
15	-0.006384	35	0.002963	54	-0.000164
16	0.001816	36	-0.000211	55	0.000199
17	0.002209	37	-0.006958	56	-0.000288
18	-0.000093	38	0.001204		
19	0.000184	39	0.000317		
				Total	0.163824

**TABLA 4.10 - DETERMINANTES DE DIVIDENDOS EMPRESARIALES (SIN EMPRESA 31)
DESCOMPOSICIÓN DUAL POR EMPRESAS
(En porcentaje)**

Participación		Participación		Participación	
Empresa	Directa	Empresa	Directa	Empresa	Directa
1	0.062072	20	0.488119	40	1.315420
2	0.157890	21	0.083894	41	0.290884
3	0.014231	22	0.000094	42	1.546229
4	0.061803	23	0.244212	43	11.840120
5	66.064527	24	0.130093	44	0.379515
6	0.000964	25	1.047113	45	0.398670
7	0.028089	26	2.813258	46	0.002580
8	0.000000	27	0.080615	47	0.002383
9	0.028659	28	0.038166	48	0.000987
10	0.001095	29	5.071726	49	1.709191
11	0.018404	30	0.001600	50	3.230839
12	0.003588	32	0.033156	51	0.220704
13	0.015908	33	0.037322	52	0.010643
14	0.067291	34	0.041934	53	0.318293
15	1.166484	35	0.123348	54	0.000419
16	0.015542	36	0.001381	55	0.147963
17	0.044701	37	0.238947	56	0.290916
18	0.001547	38	0.007305		
19	0.042740	39	0.016428		
				Total	100

Participación		Participación		Participación	
Empresa	Combinada	Empresa	Combinada	Empresa	Combinada
1	1.996223	20	5.152741	40	6.356895
2	-2.883525	21	1.920308	41	2.343623
3	-0.455523	22	-0.089550	42	6.673589
4	2.077415	23	3.469527	43	0.661404
5	27.529019	24	2.836896	44	1.836343
6	0.281585	25	3.573669	45	1.312174
7	0.470733	26	7.966516	46	-0.340413
8	0.004508	27	2.351035	47	0.001468
9	0.201257	28	-0.468329	48	0.202306
10	-0.168469	29	12.141432	49	3.818719
11	0.335597	30	-0.073973	50	6.074200
12	-0.158215	32	-0.626884	51	2.821825
13	0.266534	33	-1.350927	52	-0.060597
14	1.894293	34	1.171060	53	2.111655
15	-3.896701	35	1.808391	54	-0.100086
16	1.108535	36	-0.128851	55	0.121679
17	1.348183	37	-4.247296	56	-0.176026
18	-0.056846	38	0.734672		
19	0.112400	39	0.193801		
				Total	100

A fin de evitar generalizaciones para el conjunto de empresas a partir solamente de lo que ocurre en una o dos empresas, y omitiendo el respectivo análisis de cada caso en particular, esta vez se retira también a la Empresa 5 de la muestra. De acuerdo a los resultados de la estimación del modelo, Tabla 4.11, la caída en el R^2 no es tan significativa como en el caso anterior, pasa de 0.27 a 0.22; sin embargo, el efecto sobre la significancia estadística principalmente del coeficiente de *liquidez* es grande, al punto de convertirla en no significativa.

**TABLA 4.11 - DETERMINANTES DE DIVIDENDOS EMPRESARIALES
(SIN EMPRESAS 31 Y 5)**

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Sample: 1 54
Included observations: 54

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.399217	0.086326	4.624548	0.0000
X1	-2.69E-05	1.80E-05	-1.498762	0.1404
X2	-0.070604	0.029926	-2.359276	0.0223
X3	0.004514	0.002207	2.044995	0.0462
X4	0.031818	0.048970	0.649746	0.5189
R-squared	0.224768	Mean dependent var		0.353889
Adjusted R-squared	0.161483	S.D. dependent var		0.342386
S.E. of regression	0.313525	Akaike info criterion		0.606143
Sum squared resid	4.816584	Schwarz criterion		0.790308
Log likelihood	-11.36586	F-statistic		3.551713
Durbin-Watson stat	1.977583	Prob(F-statistic)		0.012719

El efecto de retirar a la Empresa 5 de la muestra también afecta considerablemente al poder explicativo de la variable *liquidez*, tal como se observa en la Tabla 4.12, al extremo que su poder explicativo directo representa solamente el 1% del poder explicativo total del modelo. La falta de significancia del coeficiente respectivo es un reflejo de este hecho. Así, en este caso la Descomposición Dual de R^2 permite establecer que el extremadamente predominante poder explicativo de la variable *liquidez* se reduce a la tercera parte si se retira de la muestra una empresa, la Empresa 31, y prácticamente desaparece si se retira una más, la Empresa 5. De no haberse detectado esta concentración de poder explicativo, una propiedad localizada solamente en una o dos empresas se habría generalizado inapropiadamente al conjunto de 56 empresas.

**TABLA 4.12 - DETERMINANTES DE DIVIDENDOS EMPRESARIALES (SIN EMPRESAS 31 Y 5)
DESCOMPOSICIÓN DUAL POR VARIABLES**

	Participaciones Directas				Total
	X1	X2	X3	X4	
qq(Xi)	0.026	0.126	0.111	0.001	0.265
p(Xi)	12%	56%	49%	1%	118%

	Participaciones Combinadas						Total
	X1 X2	X1 X3	X1 X4	X2 X3	X2 X4	X3 X4	
qq(Xi,Xj)	0.009	-0.005	0.004	-0.048	-0.003	0.002	-0.040
p(Xi,Xj)	4%	-2%	2%	-21%	-2%	1%	-18%

Con la muestra reducida en dos empresas, se confirma que la variable *endeudamiento* es la variable de mayor poder explicativo directo. No deja de ser importante el poder explicativo de la variable referida a la *capacidad de cobertura de gastos financieros*.

La Tabla 4.13 muestra que sin las dos empresas anteriormente detectadas por la Descomposición Dual, el poder explicativo se encuentra mejor distribuido entre las empresas, por lo que las propiedades que se capturan dualmente a través de las variables serán más representativas del conjunto de empresas. En este caso, sin embargo, el costo de dicha mayor representatividad de conjunto es una considerable caída en la bondad de ajuste del modelo.

TABLA 4.13 - DETERMINANTES DE DIVIDENDOS EMPRESARIALES (SIN EMPRESAS 31 Y 5) DESCOMPOSICIÓN DUAL POR EMPRESAS

Participación		Participación		Participación	
Empresa	Directa	Empresa	Directa	Empresa	Directa
1	0.000095	21	0.000133	41	0.000416
2	0.000312	22	0.000004	42	0.002573
3	0.000011	23	0.000812	43	0.019716
4	0.000079	24	0.000170	44	0.000645
6	0.000026	25	0.002540	45	0.000689
7	0.000102	26	0.004693	46	0.000000
8	0.000007	27	0.000128	47	0.000014
9	0.000015	28	0.000071	48	0.000004
10	0.000001	29	0.013285	49	0.005469
11	0.000066	30	0.000015	50	0.008600
12	0.000001	32	0.000048	51	0.000942
13	0.000004	33	0.000100	52	0.000044
14	0.000076	34	0.000165	53	0.000877
15	0.002205	35	0.000085	54	0.000027
16	0.000068	36	0.000006	55	0.000237
17	0.000066	37	0.000329	56	0.000792
18	0.000000	38	0.000002		
19	0.000065	39	0.000006		
20	0.000684	40	0.002190	Total	0.069707

Participación		Participación		Participación	
Empresa	Combinada	Empresa	Combinada	Empresa	Combinada
1	0.002684	21	0.002486	41	0.000348
2	-0.004819	22	0.000609	42	0.015375
3	-0.000447	23	0.005721	43	0.001532
4	0.003571	24	0.004813	44	0.006449
6	0.001581	25	0.008631	45	0.005903
7	0.002073	26	0.018054	46	-0.000080
8	0.000827	27	0.004025	47	0.000104
9	-0.000462	28	-0.000863	48	-0.000460
10	0.000179	29	0.026715	49	0.013569
11	0.000799	30	0.000162	50	0.003284
12	-0.000069	32	-0.000894	51	0.003048
13	-0.000191	33	-0.002164	52	0.000655
14	0.003323	34	0.004628	53	0.003111
15	-0.000384	35	0.000546	54	-0.000276
16	0.003253	36	-0.000526	55	-0.002936
17	0.001520	37	-0.004711	56	0.002689
18	-0.000022	38	0.000357		
19	-0.000745	39	-0.000203		
20	0.008526	40	0.014162	Total	0.155061

TABLA 4.14 - DETERMINANTES DE DIVIDENDOS EMPRESARIALES (SIN EMPRESAS 31 Y 5) DESCOMPOSICIÓN DUAL POR EMPRESAS (En porcentaje)

Participación		Participación		Participación	
Empresa	Directa	Empresa	Directa	Empresa	Directa
1	0.135657	21	0.191285	41	0.596734
2	0.446997	22	0.005334	42	3.691125
3	0.016091	23	1.165156	43	28.284649
4	0.113772	24	0.243861	44	0.925572
6	0.037220	25	3.643142	45	0.988524
7	0.145954	26	6.731909	46	0.000050
8	0.010671	27	0.182986	47	0.019792
9	0.021336	28	0.101585	48	0.005485
10	0.001096	29	19.058082	49	7.846060
11	0.094285	30	0.021403	50	12.336851
12	0.001416	32	0.069447	51	1.351154
13	0.005905	33	0.143778	52	0.062815
14	0.108529	34	0.236616	53	1.257746
15	3.162553	35	0.121362	54	0.038273
16	0.097803	36	0.009272	55	0.339980
17	0.094363	37	0.471351	56	1.136720
18	0.000029	38	0.002773		
19	0.093292	39	0.009124		
20	0.981621	40	3.141415		
				Total	100

Participación		Participación		Participación	
Empresa	Combinada	Empresa	Combinada	Empresa	Combinada
1	1.731168	21	1.603152	41	0.224305
2	-3.107775	22	0.392467	42	9.915537
3	-0.288585	23	3.689609	43	0.988235
4	2.303011	24	3.103914	44	4.158838
6	1.019793	25	5.566359	45	3.806575
7	1.336930	26	11.643437	46	-0.051358
8	0.533482	27	2.595777	47	0.067224
9	-0.297908	28	-0.556456	48	-0.296505
10	0.115618	29	17.228482	49	8.750597
11	0.515152	30	0.104584	50	2.117619
12	-0.044666	32	-0.576718	51	1.965879
13	-0.123121	33	-1.395590	52	0.422683
14	2.142767	34	2.984399	53	2.006398
15	-0.247853	35	0.351974	54	-0.177687
16	2.097982	36	-0.339007	55	-1.893724
17	0.980450	37	-3.038021	56	1.734089
18	-0.014427	38	0.230057		
19	-0.480162	39	-0.130975		
20	5.498791	40	9.133203		
				Total	100

Este proceso de obtener entre los individuos una distribución de participaciones que haga más representativa la lectura dual por variables, debería concluir cuando los coeficientes de las variables se muestren estables.

En resumen, contrariamente a lo que mostraban los resultados previos a la descomposición dual de R^2 , la variable *liquidez* no es la de mayor poder explicativo en la decisión de distribuir dividendos; la concentración del poder explicativo en esta variable se generaba básicamente en una empresa, la Empresa 31. A fin de capturar características de conjunto de las empresas a través de las variables, se han retirado de la muestra dos empresas que desproporcionadamente concentraban poder explicativo; en la nueva situación, la variable *liquidez* pierde significancia al no tener poder explicativo de conjunto y, a su vez, la variable *endeudamiento* se muestra como la variable de mayor poder explicativo directo y de conjunto y no deja de ser importante el poder explicativo de la variable referida a la *capacidad de cobertura de gastos financieros*. Así, las empresas adoptan la decisión de distribuir sus dividendos

tomando en cuenta primero si los niveles de endeudamiento incurridos se lo permiten y, en segundo lugar, si la cobertura de gastos financieros se encuentra respaldada.

5. CONCLUSIONES

La descomposición de R^2 es un tema abierto de la econometría y, al mismo tiempo, un tema que permanentemente requiere respuesta debido a su enorme importancia práctica. A la fecha, aún son pocos los trabajos publicados al respecto y aplicados a estudios con datos reales, entre ellos se pueden mencionar Fields[5], Fields[6] y Cupé[3].

La Descomposición Dual extiende cualitativamente tanto la Descomposición de Fields como la Descomposición Ortogonal de Cupé, permitiendo por primera vez la descomposición simultánea de R^2 tanto en términos de variables como de individuos. Además de la propia importancia de la descomposición de R^2 en términos de variables, su contraparte dual tiene importantes implicaciones prácticas. En particular, permite corregir interpretaciones erróneas de los resultados de un modelo cuando existen individuos que concentran en extremo el poder explicativo del modelo; la aplicación al análisis de los determinantes de la distribución de dividendos empresariales es una clara muestra de ello. Asimismo, entre otras potencialidades, este nuevo método permite descomponer R^2 por grupos o subgrupos de individuos, lo que puede ser extremadamente útil en estudios socioeconómicos que involucren el análisis de encuestas de tamaño de muestra considerable.

Ante la posibilidad latente de individuos con extremadamente alto poder explicativo que invaliden la lectura de conjunto de los resultados de un modelo, todo análisis de regresión lineal debería estar acompañado de un análisis de Descomposición Dual.

6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Yuko Arayama et al. "Determinants of Income Inequality among Korean Farm Households." *Economic Research Center. Discussion Paper No.161*. November 2006.
- [2] U. Carrascal et al. *Análisis Económico con EViews*. Alfaomega-RaMa. México 2001.
- [3] Ernesto Cupé. *Descomposición en Regresión Lineal: Un Nuevo Método para el Análisis de Determinantes y la Toma de Decisiones*. Revista Investigación & Desarrollo No 7. Universidad Privada Boliviana. 2007.
- [4] Biswa Nath Datta. *Numerical Linear Algebra and Applications*. International Thomson Publishing Company. 1994.
- [5] Gary S. Fields. *Regression-Based Decompositios: A New Tool for Managerial Decision-Making*, Departamento de Labor Economics, Cornell University. March 2004.
- [6] Gary Fields and Gyeongjoon Yoo. *Falling Labor Income Inequality in Korea's Economic Growth: Patterns and Underlying Causes*. Review of Income and Wealth. Series 46, Number 2, June 2000
- [7] Carlo V. Fiorio and Stephen P. Jenkins. *ineqrbd: Regression-based inequality decomposition, following Fields 2003*. UKSUG. September 2007
- [8] Ludovic Lebart et al. *Statistique Exploratoire Multidimensionnelle*. Dunod. Paris, 1995.
- [9] J. Morduch and T. Sicular. "Rethinking Inequality Decomposition, with Evidence from Rural China." *The Economic Journal*, vol. 112, pp. 93-106, 2002.
- [10] R. Pedraz González. "Determinantes de la decision de Repartir Dividendos." *Revista CEFGESTION*. N° 14, España 1999.
- [11] Paola Salardi. *How much of Brazilian Inequality can we explain? An attempt of income differentials decomposition using the PNAD 2002*. Quaderni del Dipartimento di Economia Pubblica e Territoriale n. 1/2005.
- [12] Awoyemi Taiwo. *Explaining Income Inequality in Nigeria: A Regressio-Based Decomposition Using Household Data*. Department of Agricultural Economics. University of Ibadan, Nigeria.
- [13] The World Bank. *Spatial Inequality in Vietnam: A Regression-based Decomposition*. 2003.
- [14] Guang Hua Wan. *Regression-based Inequality Decomposition: Pitfalls and a Solution Procedure*. World Institute for Development Economic Research. Discussion Paper No. 2002/101. 2002.
- [15] Guang Hua Wan and Zhangyue Zhou. *Income Inequality in Rural China Regression-Based Decomposition Using Household Data*. Review of Development Economics, vol. 9, no. 1, pp. 107-120, 2005.
- [16] Guang Hua Wan. *Regression-Based Inequality Decomposition: Pitfalls and Solution Procedure*. Wordl Institute for Development Economics Research. Discussion Paper No. 2002-101. October 2002.