

DISEÑO SIMPLIFICADO DE SECCIONES METÁLICAS DE PLANCHA PLEGADA TIPO CAJÓN, SUJETAS A FLEXO-COMPRESIÓN BIAxIAL

Francisco Aguirre Torrico y Álvaro Moscoso Wayar*
Centro de Investigaciones en Materiales y Obras Civiles – CIMOC
**Carrera de Ingeniería Civil*
Universidad Privada Boliviana
faguirre@upb.edu

(Recibido el 15 de octubre 2010, aceptado para publicación el 17 de noviembre 2010)

RESUMEN

Este trabajo estudia el dimensionamiento simplificado de secciones metálicas de plancha plegada delgada tipo cajón sujetas a flexo-compresión biaxial. Como no existen normas en Bolivia de estructuras metálicas, se utiliza como base la norma americana de diseño de estructuras metálicas de plancha plegada AISI S100 (2007). Se ha substituido la verificación del *Unit Check* tradicional de este tipo de solicitación por una expresión simple, transformando los momentos a una fuerza axial equivalente y, junto con algunas tablas, el dimensionamiento es inmediato, sin necesidad de tentativas. Se han realizado verificaciones de este método de diseño simplificado y sus resultados cumplen con el tradicional encontrado en norma.

Palabras Clave: Estructuras metálicas, sección de plancha plegada, flexo-compresión biaxial, elementos viga-columna.

1. INTRODUCCIÓN

El uso de secciones de plancha plegada en edificaciones es bastante utilizado en países de Europa, Estados Unidos y en Sudamérica. Su empleo es cada vez mayor debido a que son más livianos, económicos y tienen formas y dimensiones adecuadas a los esfuerzos de los elementos estructurales.

Según Yu [1], la investigación de elementos de secciones de acero de plancha delgada tuvo su inicio en 1940 en la Universidad de Cornell bajo la responsabilidad del G. Winter. En la misma época, V. Z. Vlasov también realizó investigaciones importantes que fueron publicadas en 1961 en su libro *Thin-Walled Elastic Beams*.

Vlasov propuso una teoría que incorpora el efecto del alabeo elástico en vigas con sección de espesor delgado, su método está fundamentado en propiedades sectoriales de la sección transversal en las cuales la relación entre ancho-espesor de las paredes debe ser mayor a 10. Vlasov fue uno de los primeros en indicar que la teoría de Bernoulli (secciones planas permanecen planas y ortogonales al eje después de la flexión) no se aplica a este tipo de perfil y que surgen tensiones normales de alabeo en las paredes delgadas de las secciones transversales de una viga a flexión [1].

Las investigaciones realizadas por Winter y Vlasov, se encuentran todavía incorporadas en las normas actuales de estructuras metálicas.

En Bolivia, actualmente, el uso de estructuras de acero en edificios no es tradicional porque no existe producción nacional de este material, todo el acero para la construcción es importando. En este sentido, resulta más fácil importar planchas de acero en rollos para que se puedan conformar secciones de plancha plegada. Estas serían las que mejor se adaptan a la construcción de pequeños edificios o estructuras industriales, en las cuales, las secciones tipo cajón de plancha plegada serían muy ventajosas especialmente en elementos sujetos a flexo-compresión biaxial.

La necesidad de realizar cálculos simplificados y expeditos, ha sido el principal motivador de este estudio de investigación. Como las secciones de plancha plegada tipo cajón son muy utilizadas, fueron las seleccionadas para este trabajo en particular. Generalmente, los elementos viga-columna están sujetos a flexo-compresión biaxial, para simplificar su cálculo, se realiza una transformación de la expresión de la superficie de interacción presente en [2] en una expresión que considera una fuerza axial actuante equivalente, para situaciones donde la fuerza axial de compresión prevalece. Cuando los momentos son predominantes, es posible transformar la expresión de la superficie de interacción en un momento actuante equivalente.

2. INESTABILIDAD LOCAL Y TENSIONES RESIDUALES EN SECCIONES DE PLANCHA PLEGADA

Los perfiles de acero conformados a frío presentan una serie de características que los diferencia de los perfiles laminados y soldados. El pandeo local en una sección de plancha delgada plegada, es bastante frecuente y junto con las tensiones residuales, son fenómenos que tienen características propias de estos tipos de sección. La Figura 1 muestra el pandeo local elástico de una plancha rectangular y la expresión (1) describe el comportamiento de la plancha suponiendo la hipótesis de pequeños desplazamientos.

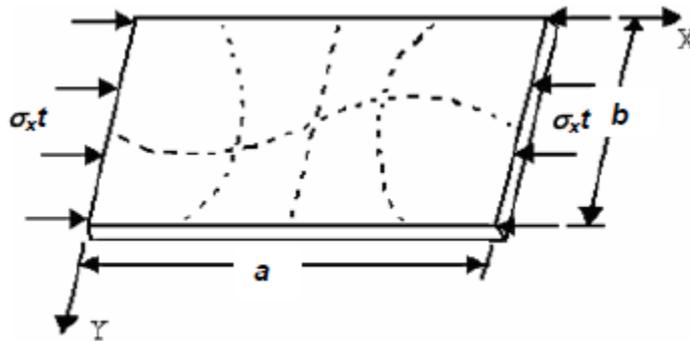


Figura 1 – Plancha rectangular sujeta a compresión uniforme (adaptada de [3]).

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{\sigma_x t}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

donde w es el desplazamiento de la plancha perpendicular a su superficie; σ_x es la tensión de compresión en la dirección x ; D es la rigidez a flexión de la plancha dada por la relación:

$$D = \frac{E \times t^3}{12(1 - \nu^2)}$$

con E el módulo de elasticidad del acero, t el espesor de la plancha, ν el coeficiente de Poisson (0,3 para el acero con comportamiento elástico).

Resolviendo (1), se obtiene la tensión crítica de pandeo de la plancha sujeta a tensión de compresión uniforme:

$$\sigma_{cr} = \frac{k \times \pi^2 \times E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (2)$$

En esta relación, k es el coeficiente de pandeo local, que para el caso general depende de las condiciones de contorno de los bordes de la plancha, de la relación a/b (Figura 1) y del tipo de esfuerzos. Al contrario de la inestabilidad de las barras, la tensión crítica de pandeo de las planchas no caracteriza el estado límite último.

El comportamiento pos-crítico puede ser observado en la Figura 2, donde la tensión en la plancha permanece uniforme hasta que su valor alcance a la tensión crítica de pandeo σ_{cr} .

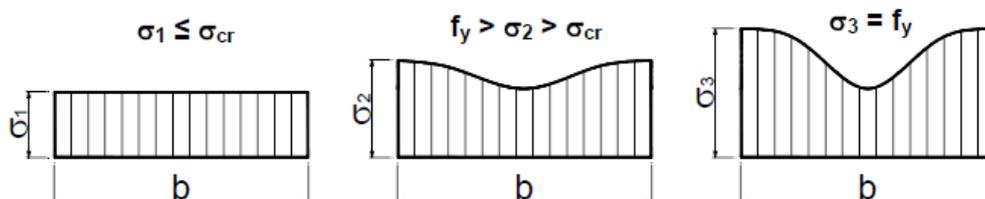


Figura 2 – Etapas de la distribución de tensiones de una plancha con contornos apoyados.

Para el comportamiento pos-crítico es necesario considerar la teoría de los grandes desplazamientos, pero debido a su gran complejidad no es aplicada en la práctica, y von Karman *et al.* (1932)¹ apud [1] propuso el Método del Ancho Efectivo. El Método del Ancho Efectivo considera la reducción de la rigidez de la plancha por medio de la sustitución de la plancha original de ancho b por una plancha de ancho b_{ef} , Figura 3. La relación (3) muestra que el ancho efectivo se obtiene igualando la fuerza resultante de la distribución de tensiones no uniforme a la fuerza resultante de las distribuciones uniformes en el ancho b_{ef} , con intensidad de tensión σ_{max} . Posteriormente, Winter, en base a ensayos de laboratorio, modificó las expresiones inicialmente propuestas por von Karman, pero continua el ancho efectivo como fundamento para considerar el comportamiento pos-crítico, la norma AISI S100-07 [2] tiene este principio. Para el dimensionamiento del elemento, es necesario obtener el valor del área efectiva de la sección, la cual corresponde a la suma de todos los anchos efectivos y sus aristas dobladas, este procedimiento fue realizado en el ítem 5.

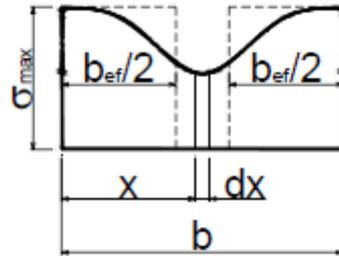


Figura 3 – Ancho efectivo en una plancha con bordes simplemente apoyados (adoptada de [3]).

$$\int_0^b \sigma \times t \times dx = b_{ef} \times t \times \sigma_{max} \quad (3)$$

La Figura 4 muestra elementos sujetos a flexión y compresión con el fenómeno del pandeo local.

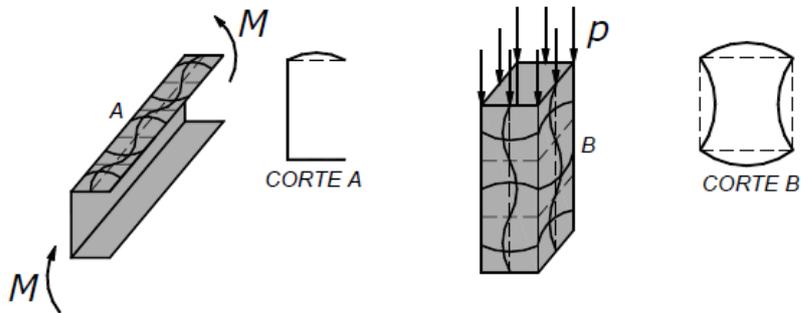


Figura 4 – Pandeo local en elementos con secciones de pared delgada.

En el proceso de fabricación, las tensiones residuales en las secciones metálicas surgen debido al enfriamiento desigual de las planchas de acero después de la laminación y soldadura. En el proceso de conformado a frio, las tensiones residuales son de naturaleza mecánica.

El proceso de plegado a frio altera las características mecánicas del acero virgen, ocurre un aumento de la tensión de fluencia del material, una reducción de su ductilidad y la aparición de nuevas tensiones residuales que se superponen a las ya existentes antes del doblado. Estos efectos son más pronunciados junto a las aristas dobladas. En relación a las tensiones residuales, se puede indicar que están presentes en la sección, antes de que los elementos estén solicitados.

La Figura 5 muestra los valores de las tensiones residuales seccionando la sección en tiras de un perfil U 150 x 60 x 20 x 1,9 mm⁴ de una plancha con tensión de fluencia de 250 MPa. Es posible verificar en esta figura que los valores de las tensiones de tracción y compresión para una misma tira, tienen magnitud diferente, se puede tomar el valor de la tensión en la cara interior y exterior como la suma de una tensión membranal y otra de flexión simple (mayores detalles en [4]).

¹ Von Karman T., Sechler E. E., Donnell L. H. The Strength of thin Plates in Compression. Transaction ASME, v. 54, APM 54-5.

La tensión residual es la principal causa del comportamiento inelástico del acero, y la distribución de sus valores depende de la geometría de la sección transversal. Una alternativa para incluir las tensiones residuales, es el de considerar un diagrama $\sigma \times \varepsilon$ modificado del acero, donde ya no se supone que el material es elasto-plástico perfecto y deja de existir la plataforma de fluencia.

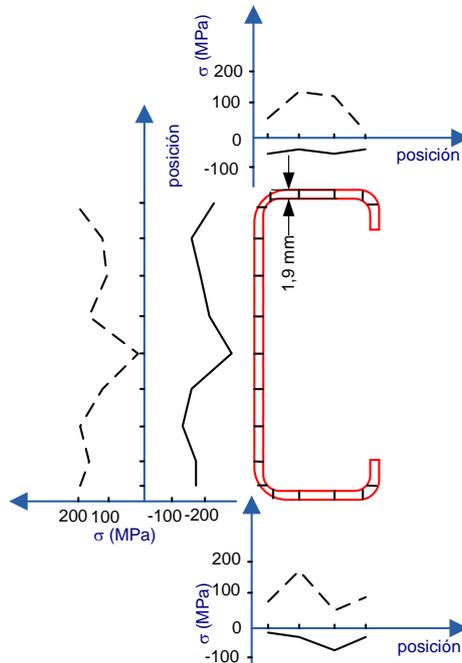


Figura 5 – Tensiones residuales para un perfil U doblado en prensa, donde la línea segmentada corresponde a las paredes exteriores y la línea entera a las interiores (adaptada de [5]).

3. COMBINACIÓN DE FLEXIÓN Y ESFUERZO DE COMPRESIÓN, DIMENSIONAMIENTO DE NORMA

La norma AISI S100-07 [2] propone la expresión (4) cuando la relación entre el esfuerzo axial actuante y el resistente es mayor a 0,15, y será el caso estudiado. Para relaciones menores a 0,15, la norma no considera efectos de segunda orden locales (ver [2] para expresión).

$$\frac{P_u}{\phi_c \times P_n} + \frac{C_{mx} \times M_{ux}}{\phi_b \times M_{nx} \times \alpha_x} + \frac{C_{my} \times M_{uy}}{\phi_b \times M_{ny} \times \alpha_y} \leq 1 \quad (4)$$

donde:

- P_u es el esfuerzo axial actuante;
- $\Phi_c = 0,85$ es el factor de ponderación del esfuerzo axial resistente de compresión;
- $P_n = A_e \times f_{cr}$ es el esfuerzo de compresión resistente;
- A_e es el área efectiva calculada considerando la tensión actuante f_{cr} ;
- f_{cr} es la tensión crítica de inestabilidad por flexión, torsión, flexo-torsión o distorsión (los 3 últimos no se aplican a secciones tipo cajón);
- M_{ux}, M_{uy} momentos actuantes en la sección en las direcciones x y y , respectivamente;
- M_{nx}, M_{ny} momentos resistentes en relación a los ejes x y y considerando el pandeo lateral torsional, plastificación o pandeo por distorsión (este último no se aplica en secciones tipo cajón);
- $\Phi_b = 0,9$ es el factor de ponderación de los momentos resistentes (en plastificación 0,95);
- α_x, α_y son factores que consideran la amplificación de desplazamientos ($= 1 - P_u/P_e$);
- P_e es la fuerza crítica de pandeo por flexión (considerar en dirección x y y);
- C_{mx}, C_{my} son factores que consideran la uniformización del diagrama de momentos flectores [$= 0,6 - 0,4(M_1/M_2)$];
- M_1/M_2 relación entre el menor y mayor momento en los extremos del tramo en consideración (positivo para curvatura reversa y negativo para curvatura simple).

La dificultad de trabajar con la relación de interacción (4), es tener que adoptar un perfil para realizar todas las verificaciones a compresión y a flexión y que no verifique dicha expresión.

El método simplificado consiste en adoptar un perfil que prácticamente verifique la relación (4), y que en el caso de cálculos manuales y rápidos sería un perfil adecuado.

4. COMBINACIÓN DE FLEXIÓN Y ESFUERZO DE COMPRESIÓN, DIMENSIONAMIENTO SIMPLIFICADO

Como mencionado anteriormente, para ayudar a seleccionar un perfil, se transforma el momento flector resultante en un esfuerzo axial equivalente, P_{uEQ} .

Multiplicando ambos miembros de la relación (4) por $\Phi_c \times P_n$ se tiene:

$$P_u + \frac{\phi_c \times P_n}{\phi_b \times M_{nx}} \times \frac{C_{mx}}{\alpha_x} \times M_{ux} + \frac{\phi_c \times P_n}{\phi_b \times M_{ny}} \times \frac{C_{my}}{\alpha_y} \times M_{uy} \leq (\phi_c \times P_n = P_{uEQ}) \quad (5)$$

En la expresión (5) se considera: $C_{mx} = C_{my} = 1$, $M_{nx} = W_x \times f_y$, $M_{ny} = W_y \times f_y$ (en estas 2 últimas expresiones se supone que el estado límite es el inicio de la fluencia de la sección cajón).

Substituyendo los parámetros del párrafo anterior, la fuerza resistente $P_n = f_{cr} \times A_e$ (para el cálculo del área efectiva se adopta la tensión de fluencia f_y como la actuante en la sección) y las expresiones de α en (5), se tiene:

$$P_{uEQ} = P_u + \frac{\phi_c \times f_{crx}}{\phi_b \times f_y} \times \frac{A_e}{W_x} \times \frac{\beta_{2x}}{\beta_{2x} - P_u (K_x \times L_x)^2} \times M_{ux} + \frac{\phi_c \times f_{cry}}{\phi_b \times f_y} \times \frac{A_e}{W_y} \times \frac{\beta_{2y}}{\beta_{2y} - P_u (K_y \times L_y)^2} \times M_{uy} \quad (6)$$

En la expresión (6): $\beta_2 = \pi^2 \times E \times I$ (I es el momento de inercia y E el módulo de elasticidad del acero), W es el módulo resistente elástico, $K \times L$ es la longitud efectiva del elemento (es necesario que todos los parámetros anteriores sean calculados en relación a ambos ejes principales). Para la relación entre la tensión crítica de pandeo y la tensión de fluencia (f_{cr}/f_y) se toma el valor 0,7. Para facilitar los cálculos se elaborará una tabla para diferentes secciones cajón con los valores de β_2 y $\beta_{aw} = A_e/W$, en relación a ambos ejes.

Si no se incluye el efecto de segunda orden y con las consideraciones adoptadas anteriormente, se tiene:

$$P_{uEQ} = P_u + 0,63 \times (\beta_{awx} \times M_{ux} + \beta_{awy} \times M_{uy}) \quad (7)$$

La Tabla 1 muestra los valores de los valores de β_{aw} y β_2 para distintos tipo de secciones cajón para un acero común con $f_y = 250$ MPa y la Figura 6 presenta el esquema de la sección cajón con sus ejes y dimensiones.

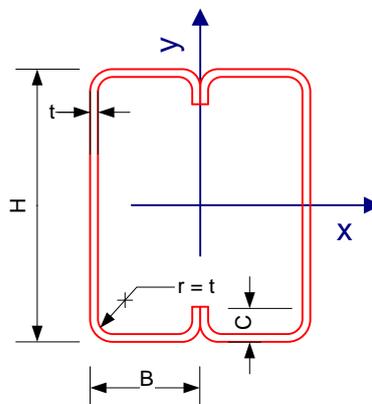


Figura 6 – Esquema de la sección cajón que corresponde a las dimensiones de la Tabla 1.

TABLA 1 – VALORES DE LOS PARÁMETROS DEL DIMENSIONAMIENTO SIMPLIFICADO

β_{awx} (1/m)											
H (mm)	B (mm)	C (mm)	t (mm)								
			4,75	4,25	3,75	3,35	3,00	2,65	2,25	2,00	1,50
300	85	25	22,32	21,94	21,48	21,03	20,54	19,94	18,96	17,99	14,95
250	85	25	26,19	25,79	25,30	24,82	24,30	23,66	22,61	21,53	18,12
200	75	25	32,85	32,39	31,83	31,28	30,69	29,95	28,85	27,85	23,94
200	75	20	32,84	32,37	31,80	31,23	30,62	29,87	28,74	27,71	23,71
150	60	20	44,34	44,01	43,39	42,72	41,99	41,08	39,71	38,58	34,68
127	50	17	53,25	52,78	52,31	51,76	50,94	49,90	48,31	46,99	43,04
100	50	17	65,83	65,15	64,47	63,94	63,47	62,80	61,22	59,89	55,81
75	40	15	90,16	88,95	87,76	86,81	85,99	85,17	84,24	83,38	78,73
50	25	10	146,33	143,45	140,60	138,33	136,37	134,43	132,23	130,87	128,19

β_{awy} (1/m)											
H (mm)	B (mm)	C (mm)	t (mm)								
			4,75	4,25	3,75	3,35	3,00	2,65	2,25	2,00	1,50
300	85	25	60,52	59,53	58,32	57,11	55,81	54,18	51,56	48,94	40,68
250	85	25	53,72	52,96	52,02	51,07	50,05	48,77	46,65	44,45	37,44
200	75	25	58,75	58,03	57,12	56,20	55,20	53,93	52,01	50,24	43,26
200	75	20	57,20	56,49	55,60	54,69	53,69	52,44	50,53	48,77	41,80
150	60	20	71,46	71,10	70,27	69,31	68,24	66,87	64,75	62,98	56,74
127	50	17	87,80	87,26	86,73	86,01	84,80	83,22	80,74	78,64	72,21
100	50	17	74,45	74,01	73,57	73,21	72,90	72,35	70,78	69,38	64,94
75	40	15	91,87	91,20	90,52	89,97	89,49	89,00	88,45	87,79	83,38
50	25	10	161,73	159,96	158,16	156,70	155,40	154,10	152,59	151,65	149,75

β_{2x} (kN.m2)											
H (mm)	B (mm)	C (mm)	t (mm)								
			4,75	4,25	3,75	3,35	3,00	2,65	2,25	2,00	1,50
300	85	25	121683	109794	97694	87860	79142	70318	60103	53647	40571
250	85	25	78916	71270	63473	57125	51489	45778	39156	34966	26467
200	75	25	43146	39032	34821	31381	28319	25207	21590	19296	14630
200	75	20	42019	38024	33932	30587	27607	24579	21056	18822	14274
150	60	20	18461	16757	14999	13554	12259	10937	9393	8408	6396
127	50	17	10823	9851	8842	8007	7257	6486	5582	5004	3817
100	50	17	6124	5588	5029	4563	4143	3709	3199	2871	2195
75	40	15	2590	2377	2151	1961	1787	1607	1392	1253	963
50	25	10	647	602	553	510	469	426	373	338	263

β_{2y} (kN.m2)											
H (mm)	B (mm)	C (mm)	t (mm)								
			4,75	4,25	3,75	3,35	3,00	2,65	2,25	2,00	1,50
300	85	25	44877	40469	35988	32350	29129	25871	22103	19724	14909
250	85	25	38475	34705	30872	27758	25000	22209	18979	16938	12807
200	75	25	24123	21787	19406	17467	15745	14000	11976	10696	8097
200	75	20	24123	21787	19406	17467	15745	14000	11976	10696	8097
150	60	20	11454	10372	9262	8353	7543	6719	5760	5150	3909
127	50	17	6564	5958	5333	4819	4359	3889	3340	2990	2275
100	50	17	5415	4919	4407	3985	3607	3220	2767	2478	1887
75	40	15	2541	2318	2085	1892	1717	1537	1326	1190	910
50	25	10	586	540	491	450	412	371	323	292	225

Para compresiones relativamente pequeñas ($P_u/\Phi_c \times P_n < 0,15$), es mejor trabajar con momentos equivalentes.

5. VERIFICACIÓN DEL MÉTODO SIMPLIFICADO

Se realiza una comprobación del método simplificado con el procedimiento de la norma para un elemento de viga-columna con una longitud de 3 m y con esfuerzos actuantes uniformes en todo el elemento: $P_u = 120$ kN, $M_{ux} = 25$ kNm y $M_{uy} = 5$ kNm. La sección elegida es una cajón que está formada por 2 perfiles U de $300 \times 85 \times 25 \times 4,25$ mm⁴ con $f_y = 250$ MPa. La Figura 7 muestra la dirección de los esfuerzos.

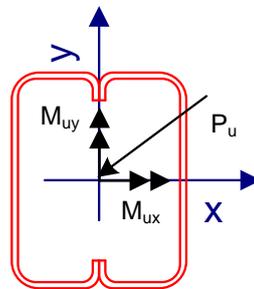


Figura 7 – Dirección de los esfuerzos actuantes.

El valor de la fuerza axial equivalente sin considerar el efecto de segundo orden, obtenido de (7), es:

$$P_{uEQ} = 120 + 0,63 \times (22,32 \times 25 + 59,53 \times 5) = 659,1 \text{ kN.}$$

El valor de la fuerza axial equivalente considerando el efecto de segundo orden, con su longitud efectiva en ambas direcciones igual a 3 m, obtenido de (6), es:

$$P_{uEQ} = 120 + 0,63 \times (22,32 \times 1,01 \times 25 + 59,53 \times 1,03 \times 5) = 668,2 \text{ kN.}$$

Con el valor de P_{uEQ} , la verificación del elemento se realiza a compresión simple considerando a una fuerza axial de 668,2 kN.

De la referencia [7] es posible verificar que la sección U de $300 \times 85 \times 25 \times 4,25$ mm⁴ sujeta a compresión simple de 668,2 kN es menor a su capacidad máxima de 780 kN.

Realizando una verificación con el programa RAM Advance [8] con todos los esfuerzos actuantes en la barra, se obtuvo un *Unit Check* igual a 0,91 que corresponde a un diseño satisfactorio.

6. CONCLUSIONES

Actualmente, todos los cálculos estructurales se realizan con programas computacionales de estructuras, los cuales tienen en sus rutinas las expresiones de las normas y realizan las verificaciones de las secciones adoptadas considerando todos sus parámetros. Para alimentar el programa, es necesario que el proyectista introduzca la dimensión tentativa de la sección transversal de los elementos y el método aproximado propuesto ayuda a determinar el tipo de sección. Para cálculos manuales, resulta ser una herramienta muy útil porque se obtiene el perfil necesario de forma muy rápida.

Para secciones de acero *W* laminadas en caliente, en elementos sujetos a flexo-compresión biaxial, el método de cálculo simplificado, desarrollado por J. A. Yura de la Universidad de Texas, está disponible en la referencia [6], pero no existe en la literatura para otro tipo de secciones. En este trabajo, se desarrollan las expresiones para secciones de acero de plancha plegada tipo cajón y, como mencionada anteriormente, es un tipo de perfil muy utilizado en este tipo de esfuerzos.

El ejemplo, presentado en el párrafo 5, muestra que el resultado se encuentra dentro de los límites de la norma y puede ser utilizado de forma confiable. Para la sección adoptada, el efecto de segundo orden hizo variar muy poco el valor de la fuerza axial equivalente, en elementos más esbeltos podría existir mayor variación.

Es común dimensionar los elementos con secciones de plancha plegada utilizando la norma de perfiles laminados en caliente o perfiles soldados, esto puede provocar errores en los resultados, la norma AISI S100-07 [2] es poco difundida en el medio técnico y su empleo debería ser obligatorio cuando se utiliza secciones de plancha plegada en los elementos.

7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] W. W. Yu. *Cold Formed Steel Desig.* John Wiley & Sons, INC (NY); 2000.
- [2] American Iron and Steel Institute. *AISI S100-07: North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members.* Washington, 2007.
- [3] W. F. Maia. “Sobre a Estabilidade de Cantoneiras de Aço Formadas a Frio Submetidas à Compressão.” Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.
- [4] B. W. Shafer and T. Peköz. “Computational Modeling of Cold-Formed Steel: Characterizing Geometric Imperfections and Residual Stresses.” *Journal of Construction Steel Research*, no. 47, pp. 193-210, Janeiro-1998.
- [5] R. C. G. Silva. “Fundamentos Teóricos e Aspectos Gerais para Projetos de Estruturas em Aço com Perfis em Aço Conformados a Frio.” Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1995.
- [6] C. G. Salmon and J. E. Johnson. *Steel Structures: Design and Behavior.* Harper Collins (NY), pp. 1027 , 1996.
- [7] T. F. Aguirre. *Tablas de Capacidad de Carga en Elementos de Acero.* Cochabamba, 2009. (Texto de clases).
- [8] RAM Advance V.9., *Manual del Usuario.* Bentley, 2007.
- [9] T. V. Galambos. *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures.* John Wiley & Sons, INC (NY), pp. 911 , 1998.