

GESTIÓN ACTIVA DE PORTAFOLIOS MEDIANTE LA APLICACIÓN DEL MODELO DE TREYNOR - BLACK

ACTIVE PORTFOLIO MANAGEMENT BY APPLYING THE TREYNOR-BLACK MODEL

Alejandro Vargas Sánchez
Universidad Privada Boliviana
alejandrovargas@lp.upb.edu

(Recibido el 11 de noviembre 2012, aceptado para publicación el 27 de diciembre 2012)

RESUMEN

En el presente documento se expone la teoría de gestión activa de portafolios a través de la aplicación del modelo de Treynor Black. El objetivo principal es mostrar el impacto positivo que una gestión activa de portafolios puede tener en términos de rendimiento y riesgo, permitiendo de esta manera desplazar positivamente la función de utilidad de un inversionista adverso al riesgo; estos beneficios se pueden alcanzar a partir de la incorporación de títulos valores con rendimientos anormales cuyos precios de mercado son diferentes a sus valores de equilibrio. Los resultados alcanzados permiten corroborar esta situación, aunque también se pone de manifiesto que cuando los rendimientos anormales son muy elevados, puede dar como consecuencia que el portafolio de activos riesgosos se concentre excesivamente en aquellos títulos con rendimientos anormales generando mayor exposición a los riesgos no sistemáticos.

ABSTRACT

This paper presents the theory of active portfolio management through the application of the Treynor-Black model. The main objective is to show the positive impact of active portfolio management in terms of return and risk, thereby allowing a positive move of the utility function of a risk-averse investor, these benefits can be realized from the incorporation of securities with abnormal returns whose market prices are different from their equilibrium values. The results obtained support this fact, but also show that when the abnormal returns are very high, it may result in a portfolio of risky assets to focus too much on those stocks with abnormal returns generating greater exposure to unsystematic risk.

Palabras Clave: Gestión Activa de Portafolios, Modelo de Treynor Black, Rendimientos anormales, Función de Utilidad, Rendimiento y Riesgo.

Keywords: Active Portfolio Management, Treynor Black Model, Abnormal Returns, Utility Function, Risk and Return.

1. INTRODUCCIÓN

Los inversores institucionales son organizaciones financieras que reúnen grandes cantidades de dinero para invertir en títulos en valores, bienes inmuebles y otros activos de inversión.

Los inversores típicos son: bancos, compañías de seguros, fondos de jubilación o de pensiones, fondos de inversión, asesores de inversión y fondos mutuos. Su papel en la economía es la de actuar como inversores altamente especializados en nombre de los demás agentes económicos. Por ejemplo, una persona común tendrá una pensión de su empleador, el empleador ofrece contribuciones de esa persona a un fondo de pensiones, para lo cual el fondo de pensiones analizará la compra de acciones de una empresa, o de algún otro producto financiero. Por tanto, en este caso los fondos de pensiones son útiles porque bajo un criterio de diversificación eficiente desarrollarán una amplia cartera de inversiones en títulos de muchas compañías.

En el caso del Mercado de Valores en Bolivia, los inversores institucionales se agrupan en: Sociedades Administradoras de Fondos de Inversión, los Fondos de Pensiones y las Compañías de Seguros. De acuerdo a datos obtenidos de la Bolsa Boliviana de Valores (BBV)[1], estos inversionistas cuentan en total con alrededor de \$us. 8 mil millones para invertir en el mercado de valores boliviano. Al 31 de diciembre de 2011, del total de la cartera administrada por inversionistas institucionales, el 45% estaba financiando al Sector Público nacional (Bonos, Letras y Cupones del Tesoro y Bonos Municipales), el 33% estaba invertido en el Sistema Bancario y financiero (DPFs y Bonos Bancarios) y sólo el 12% de la cartera fue destinada a financiar al sector empresarial del país (Acciones, Bonos, Pagarés y Valores de Titularización).

En relación a los rendimientos alcanzados por los Fondos de Inversión, las Tasas de Rendimiento Promedio en Moneda extranjera, Nacional y en UFV's a 30 días de los Fondos de Inversión Abiertos (FIAs), registraron caídas entre

diciembre 2010 y diciembre 2011. La rentabilidad promedio durante la gestión 2011 fue de 1.16% anual en bolivianos y 0.70% anual en dólares.

En el caso de los Fondos de Pensiones, al 31 de diciembre de 2011, los rendimientos nominales registrados por ambas AFPs también expusieron caídas en relación al cierre del pasado año, alcanzando una rentabilidad promedio anual de 7.67% y 7.80% para la AFP Previsión y AFP Futuro, respectivamente.

El tema central de este documento es el análisis de la importancia de estos actores dentro de la economía, la comprensión de los modelos de administración activa de portafolios y la implementación de estrategias de inversión que permita mejorar el desempeño de estos inversionistas institucionales. La exposición será abordada en seis partes: en la primera, se exponen los fundamentos teóricos más importantes relacionados con la eficiencia de los mercados y la administración de portafolios; en la segunda, se realiza una explicación de las funciones de utilidad y las estrategias de inversión pasivas; en la tercera, se exponen los objetivos de la administración activa de portafolios; en la cuarta, se presenta en detalle el Modelo de Treynor Black; en la quinta, se desarrolla una aplicación de la estructuración de un portafolio activo a partir de datos correspondientes a títulos cotizados en mercados internacionales¹; finalmente, en la sexta parte se presentan las conclusiones del trabajo.

2. MERCADOS EFICIENTES Y ADMINISTRACIÓN DE PORTAFOLIOS

La hipótesis de los mercados eficientes planteada por Eugene Fama (1969), establece que la función principal de los mercados de capitales es la asignación de la propiedad del capital social de la economía. En términos generales, el ideal es aquel mercado en el que los precios proporcionan señales precisas para la asignación de los recursos, es decir, un mercado en el que las empresas pueden realizar sus decisiones de inversión y financiamiento en el marco del supuesto que los precios de los valores en cualquier momento "reflejan plenamente" toda la información disponible, es decir en un mercado "eficiente"².

Los analistas financieros y los gestores de inversiones, estudian la eficiencia de los mercados financieros debido a que esta problemática incide directamente en el nivel de oportunidades de negociación rentables. En caso de que un mercado opere de manera eficiente, no será posible lograr de manera permanente una rentabilidad ajustada al riesgo superior o anormal, por lo que será preferible seguir una estrategia de inversión pasiva, concentrada en un índice de mercado; por el contrario, cuando un mercado es ineficiente, será posible utilizar una estrategia de inversión activa con el objetivo de alcanzar oportunidades de inversión que brinden niveles de rentabilidad superiores [2].

Para comprender mejor la diferencia en los enfoques de administración de portafolios, en la Tabla 1 se presenta un cuadro que destaca los contrastes entre la administración Pasiva y la administración Activa.

Existe una lógica económica y evidencias empíricas que indican que los administradores de portafolios que utilizan estrategias activas, pueden superar los pronósticos del mercado [3] y, en consecuencia, a las estrategias pasivas:

- La lógica económica establece lo siguiente: se debe asumir que si ningún analista puede vencer a la estrategia pasiva, los inversionistas serán lo suficientemente inteligentes como para desviar sus fondos de estrategias activas que implican elevados costos de análisis hacia estrategias de inversión pasivas que son más baratas. En ese caso, los fondos de gestión de portafolios activos se "secarán" y los precios ya no reflejarán los pronósticos sofisticados, por tanto, en ese momento nuevamente se presentarán oportunidades para atraer a los gestores activos. Por supuesto, la suposición fundamental es que los inversores gestionan sabiamente sus fondos.
- En cuanto a las contrastaciones empíricas, a pesar de que existe considerable evidencia a favor de la eficiencia de los mercados financieros [4], también han reportado un considerable número de evidencias sobre ineficiencias potenciales o anomalías, que dan como resultado que los precios no sean correctos. Estas anomalías en los mercados, si son persistentes, se constituyen en excepciones a la noción de que los mercados son eficientes [5]. En la Tabla 2 se presenta una lista de las anomalías más comunes [2].

Todos estos elementos muestran que puede existir una oportunidad muy importante para aplicar una teoría de administración activa de portafolios y que la gestión activa tiene un atractivo inevitable incluso si los inversionistas están de acuerdo en que los mercados de valores son casi eficientes.

¹ Para fines prácticos, se utilizó información de títulos cotizados en mercados internacionales debido a que no se contaba con información histórica para el mercado nacional.

² La eficiencia del mercado de capitales de un país es una característica importante de un sistema financiero que funciona adecuadamente.

TABLA 1 - ADMINISTRACIÓN PASIVA VS ADMINISTRACIÓN ACTIVA DE PORTAFOLIOS

Administración de Portafolios Pasiva	Administración de Portafolios Activa
<p>También conocida como "estrategia pasiva", "inversión pasiva" o "inversión índice".</p> <ul style="list-style-type: none"> No requiere un uso extensivo del elemento humano para gestionar un portafolio, debido a que se enfoca en un índice de mercado, a través de inversiones concentradas en los fondos mutuos negociados en bolsa (ETF³), donde no se requiere de un estudio profundo para determinar los valores específicos para comprar, poseer y vender. Los seguidores de la gestión pasiva creen en la hipótesis del mercado eficiente, como resultado de ello, la mejor estrategia de inversión es invertir simplemente en fondos de índice. Las sociedades de inversión en fondos mutuos creen que no es posible superar el rendimiento del mercado, el cual históricamente, ha superado a la mayoría de los fondos de gestión activa. 	<p>También conocida como "administración activa" o "administración táctica de portafolios".</p> <ul style="list-style-type: none"> Se basa en el uso del elemento humano para gestionar activamente un portafolio. Los gestores activos basan sus decisiones para comprar, poseer y vender, en la investigación analítica, pronósticos, su propio juicio y experiencia en la toma de decisiones de inversión para determinar los valores. Los inversores que creen en la gestión activa no siguen la hipótesis de los mercados eficientes. Ellos creen que es posible obtener ganancias en el mercado de valores a través de diversas estrategias que tienen como objetivo identificar títulos infravalorados o sobrevalorados. Las sociedades de inversión de fondos creen que es posible superar el rendimiento del mercado y emplean a los administradores de inversión profesionales para gestionar uno o más de los fondos de inversión de la compañía. El objetivo de la gestión activa es obtener mejores rendimientos que los fondos de índice pasivamente administrados.

Fuente: Investopedia "Active Management, Passive Management"

<http://www.investopedia.com/terms/a/activemanagement.asp><http://www.investopedia.com/terms/p/passivemanagement.asp>

TABLA 2 - ANOMALÍAS DE LOS MERCADOS FINANCIEROS

Series de Tiempo	Corte Transversal	Otras
<ul style="list-style-type: none"> Efecto de Enero Efecto del día de la semana Efecto de fin de semana Efecto de cambio de mes Efecto feriado Efecto hora del día Impulso Sobrerreacción 	<ul style="list-style-type: none"> Efecto tamaño Efecto valor Ratios valor en libro, valor de mercado Efecto ratio Precio/Patrimonio 	<ul style="list-style-type: none"> Descuentos de los fondos cerrados Sorpresa en las utilidades Ofertas Públicas Inicial Efecto de las empresas deterioradas Partición de acciones

Fuente: W. Sean Cleary, Howard J. Atkinson y Pamela Peterson Drake, "Market Efficiency" (CFA® Program Curriculum 2011, Level I Reading 57)

3. FUNCIONES DE UTILIDAD Y ESTRATEGIA DE INVERSIÓN PASIVA

La utilidad o beneficio que un inversionista espera obtener está en función de la rentabilidad esperada de sus activos⁴ y el nivel de riesgo que tienen dichos activos. Para poder representar esta situación, a continuación se plantea una función de utilidad cuadrática⁵ similar a la que se emplea en Frank Fabozzi⁶ [6] para un inversionista:

$$U = E(r) - \frac{1}{2} A\sigma^2 \quad (1)$$

³ Por sus siglas en inglés *Exchange Trade Funds*.

⁴ Los cuales pueden estar conformados por un portafolio de títulos valores.

⁵ La teoría económica de la elección, *economic theory of choice*, utiliza el concepto de función de utilidad para describir la forma en que los individuos (los agentes económicos) toman decisiones cuando se enfrentan a un conjunto de opciones. Una función de utilidad asigna un valor (numérico) para todas las opciones posibles que enfrenta la persona. Estos valores, a menudo referidos como un índice de utilidad, tienen la propiedad de que "a" se prefiere a "b", si y sólo si, la utilidad de "a" es mayor que el de "b". Cuanto mayor sea el valor de una elección específica, mayor será la utilidad derivada de esa elección. La opción que se selecciona es la que da lugar a la máxima utilidad dado un conjunto de restricciones que enfrenta el agente económico.

⁶ Existen diversas formas de funciones de utilidad, entre las cuales se puede mencionar: a la función de utilidad lineal, función de utilidad cuadrática, función de utilidad exponencial y función de utilidad logarítmica. Se espera que una función de utilidad sea del tipo no decreciente, diferenciable, continua y cóncava; en ese sentido, la función cuadrática planteada cumple con estos criterios, permite evidenciar que un inversionista siempre prefiere más a menor utilidad, pero la utilidad marginal disminuye a medida que su riqueza se incrementa; por otro lado, de acuerdo con Copeland, Weston y Shastri, otra de las características fundamentales de las funciones cuadráticas es que corresponde al caso de un inversionista adverso al riesgo donde la utilidad del valor esperado de la riqueza es mayor al valor esperado de la utilidad de la riqueza.

donde $E(r)$ es la rentabilidad esperada de los activos, A es una medida de la aversión al riesgo, σ^2 es la varianza de la inversión, es decir, mide el nivel de dispersión en los rendimientos esperados.

Esta función de utilidad se puede representar a partir de las curvas de indiferencia, las cuales precisamente representan la combinación del riesgo y rendimiento que un inversionista está dispuesto a mantener a partir de un nivel de utilidad dado, por lo tanto las curvas de indiferencia se definen en términos del “trade off” entre la tasa de rendimiento esperada y la varianza de la rentabilidad esperada, tal y como se presenta en la Figura 1.

Todos los puntos a lo largo de cada una de las curvas tienen la misma utilidad. Un inversionista es indiferente si se encuentra en el punto **a** o **b**, ya que ambos tienen la misma utilidad, debido a que los inversionistas prefieren mayor utilidad estarán interesados en alcanzar una curva que se encuentre al noroeste, en aquella que tiene mayor utilidad, es decir el punto **b** es preferido al punto **c**.

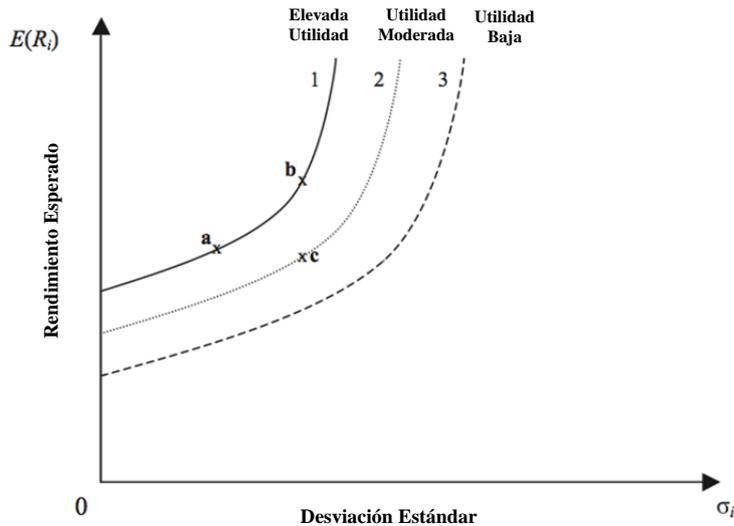


Figura 1 – Curvas de Indiferencia [7].

Ahora, suponiendo que dicho inversionista tiene un portafolio compuesto por un título riesgoso⁷ y un título libre de riesgo, entonces, el rendimiento en el portafolio completo se expresa a través de la siguiente ecuación:

$$r_c = yr_p + (1 - y)rf \tag{2}$$

donde r_c es la rentabilidad de todo el portafolio, r_p es la rentabilidad del título riesgoso⁸, rf la rentabilidad libre de riesgo, y es la proporción invertida en el título riesgoso.

Utilizando el operador de la esperanza matemática, la ecuación (2) del rendimiento esperado se expresa como⁹:

$$E(r_c) = rf + y[E(r_p) - rf] \tag{3}$$

Por otro lado, el riesgo del portafolio total estará en función de su desviación estándar y su varianza, las cuales únicamente dependerán del activo riesgoso¹⁰:

$$\sigma_c = y\sigma_p \tag{4}$$

donde σ_c es la desviación estándar del portafolio total, σ_p es la desviación estándar de la rentabilidad del activo riesgoso. Despejando y de (4) se tiene que:

$$y = \frac{\sigma_c}{\sigma_p} \tag{5}$$

⁷ Un título riesgoso es aquel que presenta variaciones en su rentabilidad esperada, es decir, su varianza es mayor a cero. Por otro lado, para un título libre de riesgo su varianza será igual a cero.

⁸ Se verá más adelante que éste título riesgo representa a todo el Mercado (M) de acciones.

⁹ Realizando operaciones se tiene que: $E(r_c) = y[E(r_p)] + (1 - y)rf$ $E(r_c) = y[E(r_p)] + rf - yrf$ $E(r_c) = y[E(r_p) - rf] + rf$

¹⁰ Esto debido a que la varianza del activo libre de riesgo es igual a cero.

Reemplazando la ecuación (5) en el rendimiento total del portafolio dado en la ecuación (3), se tiene la ecuación de la Línea de Colocación de Capitales (*Capital Allocation Line CAL*) [8]:

$$E(r_c) = r_f + \frac{[E(r_p) - r_f]}{\sigma_p} \sigma_c \quad (6)$$

La CAL muestra las diferentes opciones de inversión en términos de la rentabilidad y el riesgo esperado, como se puede observar en la Figura 2, a medida que se incrementa la proporción y de recursos invertidos en el activo riesgoso, se incrementa el nivel de rentabilidad pero también el nivel de riesgo del portafolio total.

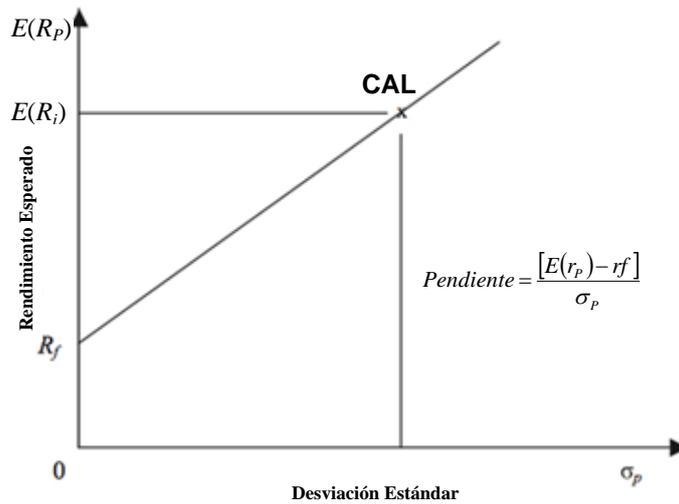


Figura 2–Línea de Colocación de Capitales (CAL) [8].

Considerando que un inversionista racional tiene como objetivo maximizar su función de utilidad, es decir, maximizar la ecuación (1) respecto a la proporción y de activos que se encuentran invertidos en el título riesgoso r_p , se plantea la siguiente función a maximizar:

$$\text{Max}_y U = E(r_c) - \frac{1}{2} A \sigma_c^2$$

Sustituyendo los valores de las ecuaciones (3) y (4), se obtiene:

$$U = r_f + y [E(r_p) - r_f] - \frac{1}{2} A y^2 \sigma_p^2 \quad (7)$$

A partir de las condiciones de primer orden, se obtiene el porcentaje óptimo que será invertido en títulos riesgosos y^* :

$$y^* = \frac{E(r_p) - r_f}{A \sigma_p^2}$$

Si en lugar de r_p se introduce el rendimiento de un portafolio de mercado r_M , se tiene que y^* , la fracción óptima que se invertirá en la cartera riesgosa de mercado (M), viene dada por:

$$y^* = \frac{E(r_M) - r_f}{A \sigma_M^2} \quad (8)$$

donde $E(r_M) - r_f$ es la prima de riesgo del mercado también conocida como *Excess return*, σ_M^2 es la varianza en los rendimientos del portafolio de mercado.

Al analizar la ecuación (8), se puede ver que cualquier colocación racional de fondos requiere una estimación de σ_M^2 y de $E(r_M)$, en otras palabras, incluso un inversionista que sigue una estrategia de inversión pasiva deberá realizar pronósticos de estas variables.

Pronosticar $E(r_M)$ y σ_M^2 es una labor compleja debido a la existencia de diversas clases de títulos que se ven afectados por diversos factores ambientales. Por ejemplo, los rendimientos a largo plazo de los bonos son impulsados en gran medida por los cambios en la estructura temporal de las tasas de interés, mientras que los títulos de renta variable dependerán de los cambios en el entorno económico más amplio, incluyendo los factores macroeconómicos más allá de las tasas de interés. Por tanto, incluso la definición de una “estrategia puramente pasiva” es problemática, porque las estrategias simples que involucran sólo la cartera de mercado del índice y los activos libres de riesgo, para su implementación requieren de un análisis del mercado que les permita establecer las proyecciones respectivas¹¹. Una vez que los inversionistas han realizado las proyecciones pertinentes para distintos tipos de inversiones, a continuación pueden utilizar un programa de optimización para determinar la mezcla adecuada de títulos riesgosos para la cartera¹².

4. OBJETIVOS DE LA GESTIÓN ACTIVA DE PORTAFOLIOS

Existen algunas interrogantes que se deben plantear alrededor de la gestión activa de portafolios:

- ¿Qué es lo que un inversionista espera de un administrador de portafolios profesional?
- ¿Cómo estas expectativas pueden afectar el funcionamiento del administrador de portafolios?

Si el cliente es neutral al riesgo, es decir, indiferente al riesgo, el inversionista esperará que el gestor de portafolios construya un portafolio que obtenga la tasa de rendimiento más alta posible, por tanto, el gestor de portafolios seguirá este mandato y sus resultados serán juzgados por la tasa media de rentabilidad obtenida [3].

En cambio, cuando el cliente tiene aversión al riesgo, la respuesta es más compleja. Sin una teoría normativa de la gestión de portafolios, el gerente tendría que consultar a cada cliente antes de tomar cualquier decisión sobre la cartera con el fin de cerciorarse de que la recompensa obtenida (rendimiento medio) es acorde al nivel de riesgo. La interacción entre los clientes y los gestores de portafolios sería constante a fin de recabar los *inputs* necesarios antes de tomar una decisión, por lo que el valor económico de la gestión profesional y sus beneficios sería cuestionable.

Sin embargo, la teoría de la media y la varianza planteada por Markowitz [9] para la gestión eficiente de portafolios permite separar la decisión de inversión, que es la forma de construir una cartera riesgosa que es eficiente, en media varianza respecto de las decisiones de consumo, lo cual permite realizar una asignación óptima de los fondos de los inversores entre el portafolio riesgo y el activo seguro o libre de riesgo.

Otra de las características de la teoría de portafolios basada en la media varianza, son los criterios de elección de la cartera óptima. El portafolio riesgoso óptimo para cualquier inversor es aquel que maximiza el porcentaje del coeficiente de retribución respecto a la variabilidad, es decir, la tasa de rendimiento en exceso (mayor a la tasa libre de riesgo), dividido por la desviación estándar de los rendimientos. Por tanto, un gerente que utiliza la metodología de Markowitz para la construcción de un portafolio riesgoso óptimo, puede satisfacer a todos sus clientes independientemente del grado de aversión al riesgo A que tenga cada uno de ellos.

En ese sentido, tomando en cuenta el nivel de aversión al riesgo A que tiene cada inversionista, se podrá determinar la proporción óptima a ser invertida en los activos riesgosos y^* , dada por la ecuación (8), y el gestor de portafolios podrá determinar dónde realizar la colocación de recursos a lo largo de la Línea CAL, tal y como se puede apreciar en la Figura 3.

William Sharpe evaluó el desempeño de los Fondos Mutuos [10], y a partir de su trabajo seminal en el área de la evaluación del desempeño de los portafolios, se determinó un *ratio* de recompensa respecto a la variabilidad (*Reward to Variability Ratio*) el cual ha llegado a ser conocido como ratio de *Sharpe*:

$$S_p = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p} \quad (9)$$

En la actualidad, representa un criterio común para hacer seguimiento al desempeño de los portafolios de inversiones profesionalmente administrados.

¹¹ Como se mencionó previamente, para propósitos de este documento se considera como estrategias pasivas aquellas que utilizan únicamente los fondos en un índice y el peso de esos fondos se encuentran en proporciones fijas que no varían en función de las condiciones de mercado observadas.

¹² Para ello se puede aplicar diferentes modelos, por ejemplo: programación lineal, programación cuadrática, programación convexa, optimización cónica, programación estocástica, programación dinámica, entre otros.

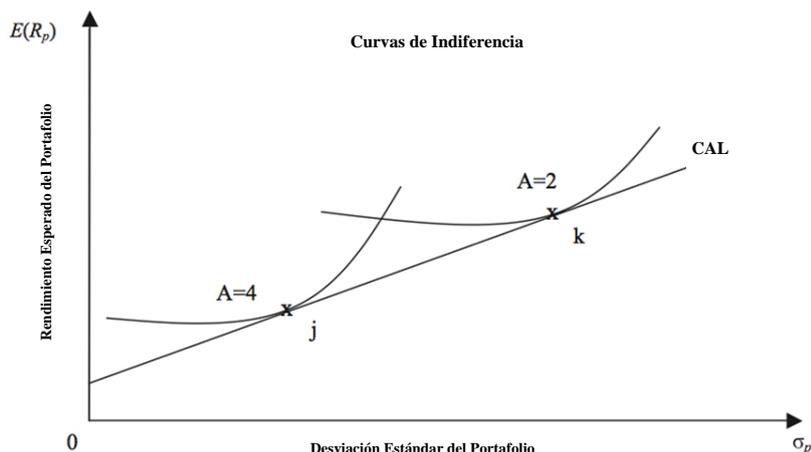


Figura 3–Selección de Portafolios para inversionistas con diferentes niveles de aversión al riesgo, [8].

Se debe mencionar, que la teoría moderna de portafolios basada en el análisis media-varianza, implica que el objetivo de los administradores profesionales de portafolios es maximizar la medida *ex ante* de *Sharpe*, lo cual implica maximizar la pendiente de la Línea de Colocación de Capitales (CAL). Por tanto, un “buen” administrador es aquel cuya pendiente de CAL es la más pronunciada respecto a la pendiente de la Línea del Mercado de Capitales (*Capital Market Line* CML), que constituye la estrategia pasiva representada por el portafolio en el índice de mercado.

En la Figura 4 se representa gráficamente la rentabilidad esperada respecto a la desviación estándar, las curvas constituyen la frontera eficiente, el punto *M* es la cartera óptima en el portafolio de Mercado (o estrategia pasiva) que determina la pendiente de la Línea del Mercado de Capitales (CML), el punto *P* es la cartera óptima en el portafolio activo que permite incrementar la pendiente de la Línea de Colocación de Activos (CAL), generando beneficios en términos del rendimiento esperado y el nivel de riesgo.

A partir de los puntos desarrollados, se puede concluir que el objetivo de la administración activa de portafolios es la de incrementar la pendiente del CAL, vale decir que, idealmente, los clientes preferirán invertir sus fondos con los gestores más hábiles, que de manera consistente obtengan el mayor indicador de *Sharpe* y que, presumiblemente, tengan habilidades reales para realizar mejores pronósticos. Esta situación será correcta para todos los inversionistas, independientemente de su grado de aversión al riesgo. Al mismo tiempo, cada cliente deberá decidir que fracción y^* de sus fondos invertidos deberán colocarse con este administrador, dejando el resto invertido en fondos libres de riesgo.

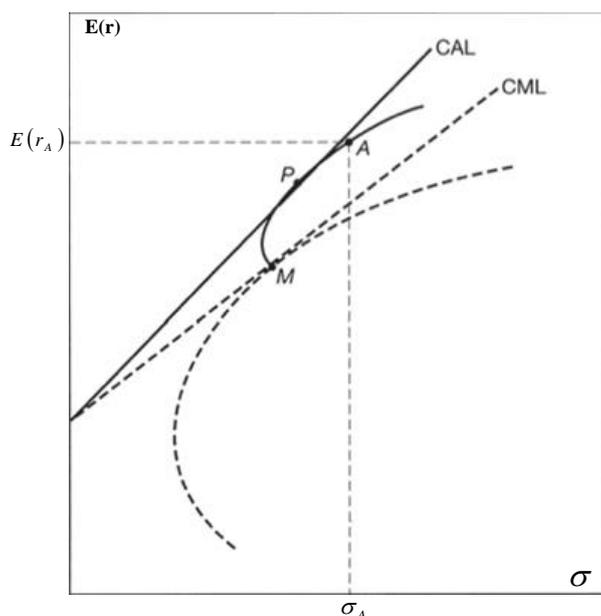


Figura 4 – Proceso de optimización con un portafolio Activo y Pasivo [3].

Así, si la medida de *Sharpe* del administrador de portafolios es estable a lo largo del tiempo (y puede ser estimada por sus clientes), los inversionistas se basarán en el promedio de largo plazo de rendimientos y varianzas¹³ para calcular la fracción óptima que deberá ser invertida en los títulos riesgosos¹⁴, dejando el resto en un fondo en el mercado de dinero.

5. EL MODELO DE TREYNOR– BLACK

Cuando un analista se encuentra estudiando los rendimientos individuales de un conjunto de títulos, es muy probable que encuentre que varios títulos no están correctamente valorados respecto a sus precios de equilibrio de mercado, es decir, pueden estar con precios más altos o más bajos respecto de sus valores fundamentales. Este tipo de títulos ofrecerán a los inversionistas rendimientos anormales (positivos o negativos) denominados “alfas” [11], en ese contexto, la pregunta que se intenta responder es: ¿cómo se pueden beneficiar los inversionistas de estos rendimientos anormales?

Concentrar el portafolio solamente en este tipo de títulos implica un costo, el cual es el riesgo específico de cada empresa, que podría ser eliminado a través de la diversificación; por lo tanto, un administrador activo de portafolios buscará mantener un balance entre una explotación agresiva de los títulos que se encuentran mal valorados y un adecuado nivel de diversificación que impida que pocos títulos puedan dominar el portafolio.

Treynor– Black [12] desarrollaron un modelo de optimización para los gestores de portafolios que utiliza el análisis de los títulos valores. Este modelo representa una teoría de gestión de portafolios que asume que los mercados financieros son cercanamente eficientes, *nearly efficient markets*.

La esencia del modelo de Treynor– Black (T-B) se sustenta en los siguientes puntos [3]:

- 1) Los analistas de títulos de una institución que gestiona activamente sus inversiones pueden analizar en profundidad sólo un número limitado de acciones de todo el universo de valores disponibles en los mercados financieros. Los precios de aquellos valores que no son analizados se supone que se encuentran correctamente o razonablemente valorados.
- 2) A efectos de la diversificación eficiente, la cartera del índice de mercado M es la cartera de línea de base, que para el modelo de T-B será denominada Cartera Pasiva.
- 3) La unidad de pronósticos macro de la firma de gestión de inversiones, proporciona previsiones o pronósticos de la tasa de rendimiento esperada r_M y la varianza del rendimiento σ_M de los títulos del mercado M , contenidos en la Cartera Pasiva (o de índice de mercado).
- 4) El objetivo del análisis profesional de las acciones es el de conformar una cartera activa con un número limitado de valores. La percepción por parte de los analistas financieros de una valoración deficiente de las acciones, es lo que guía la composición de esta cartera activa.
- 5) Los analistas financieros deben seguir varios pasos para construir la nueva cartera de títulos riesgosos¹⁵ y evaluar su rendimiento esperado:
 - A. Utilizar un modelo de equilibrio de mercado en los rendimientos esperados de los títulos, para calcular el beta β de cada valor analizado y el nivel de riesgo de los residuos σ_e^2 . A partir de las estimaciones de β y de los pronósticos macro para el rendimiento del mercado $E(r_M)$ y la tasa libre de riesgo r_f , se debe determinar la tasa de rendimiento requerida para cada una de las acciones nuevas que serán incluidas en el portafolio.
 - B. Tomando en cuenta la deficiente determinación de los precios de cada valor, se debe determinar su rentabilidad esperada y el rendimiento esperado anormal denominado *alfa* (α).
 - C. El costo de una diversificación menor respecto a una diversificación completa, proviene del riesgo no sistemático de las acciones incorrectamente valoradas, medido a través de la varianza del residuo de las acciones σ_e^2 , la cual deberá compensar el beneficio (alfa) de especializarse en algunos títulos sub valuados o sobre valuados.
 - D. Utilizando las estimaciones de los valores de *alfa* α , *beta* β , y la varianza del residuo σ_e^2 , se procede a determinar el peso óptimo de cada valor en la cartera activa.

¹³ Es decir la media de largo plazo y la varianza de largo plazo, a partir de una estimación econométrica está representada por la media incondicional y la varianza incondicional.

¹⁴ Utilizando la ecuación (8).

¹⁵ Que incluirá los títulos del índice de mercado (cartera pasiva) y los títulos deficientemente valorados (alfas).

E. A partir de los pesos encontrados para cada uno de los títulos, se debe calcular el alfa, beta, y la varianza de la cartera activa.

- 6) Se deben utilizar las proyecciones macroeconómicas para la cartera del índice pasivo y las proyecciones de portafolio activo compuesto por los títulos *alfa*, para determinar la nueva cartera óptima riesgosa, que será una combinación de las Carteras Activas y Pasivas.

5.1. Construcción de la Cartera de Inversiones Activa

Si todos los títulos se encuentran correctamente valorados, y utilizando un índice de mercado como guía para calcular la tasa de rendimiento de todos los títulos, la tasa de retorno sobre la *i-ésima* acción viene dado por el modelo de equilibrio CAPM [13]:

$$r_i = rf + \beta_i (r_M - rf) + e_i \quad (10)$$

donde β_i es una medida del riesgo Sistemático o riesgo de Mercado, e_i es el error en la estimación y se caracteriza por ser un *ruido blanco* dado que tiene media cero, varianza constante, una distribución normal y se encuentra independiente e idénticamente distribuido¹⁶.

El modelo de T-B supone que los pronósticos para el portafolio pasivo han sido realizados, razón por la cual el rendimiento esperado del índice de mercado r_M así como su varianza σ_M^2 son conocidos. Posteriormente, una vez que el equipo de analistas de acciones ha estudiado un subconjunto de los valores disponibles, es posible formar una cartera activa con posiciones en los valores analizados para ser mezclados con el índice de mercado. Por tanto, para cada valor k que se investiga, la tasa de retorno se escribe como:

$$r_k = rf + \beta_k (r_M - rf) + \alpha_k + e_k \quad (11)$$

donde α_k representa el rendimiento extra esperado (conocido también como rendimiento anormal) que es atribuido a una deficiente determinación de precios en los títulos¹⁷.

Antes de resolver el modelo de T-B, se considera el caso de un portafolio conformado por dos títulos riesgosos, donde el rendimiento esperado del portafolio $E(r_p)$ viene dado por:

$$E(r_p) = w_1 r_1 + w_2 r_2 \quad (12)$$

donde a su vez w_i representa el peso de cada título y r_i el rendimiento de cada título, rf es una tasa libre de riesgo.

La desviación estándar del portafolio σ_p se expresa en la siguiente ecuación:

$$\sigma_p = \left(w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_{1,2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

Para cada título que forma parte del portafolio, se utiliza el rendimiento en exceso, *excess return*, que se define por las siguientes ecuaciones:

$$R_1 = r_1 - rf \quad (14)$$

$$R_2 = r_2 - rf \quad (15)$$

El proceso de optimización debe permitir hallar las ponderaciones de cada título dentro del portafolio que permita maximizar el ratio de *Sharpe* (S_p):

$$Max_w S_p = \frac{E(r_p) - rf}{\sigma_p}$$

¹⁶ El modelo de T-B asume por simplicidad que todos los componentes de riesgo no sistemático σ_e^2 son independientes unos de otros.

¹⁷ Si todos los alfas son iguales a cero, no existirían razones para cambiar la estrategia pasiva en el portafolio de índice de mercado.

Por tanto, al sustituir las ecuaciones (14) y (15) en la ecuación (9), se puede plantear el ratio de *Sharpe* de la siguiente manera:

$$S_p = (w_1 R_1 + w_2 R_2) (w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_{1,2})^{-\frac{1}{2}} \quad (16)$$

Aplicando un proceso de optimización, el peso óptimo correspondiente al título riesgoso 1 que maximiza el ratio de *Sharpe* para un portafolio conformado por dos títulos riesgosos, se representa en la ecuación (17):

$$w_1 = \frac{R_1 \sigma_2^2 - R_2 \sigma_{1,2}}{R_1 \sigma_2^2 + R_2 \sigma_1^2 - (R_1 + R_2) \sigma_{1,2}} \quad (17)$$

A partir de la solución de la ecuación (17), se puede resolver el portafolio activo en base al modelo de T-B, para lo cual, si el portafolio riesgoso tiene dos componentes, un portafolio activo representado por la letra *a* y un portafolio pasivo representado por la letra *M*, y tomando en cuenta las siguientes ecuaciones:

$$R_a = E(r_a) - rf \quad (18)$$

$$R_M = E(r_M) - rf \quad (19)$$

$$R_a = \alpha_a + \beta_a R_M \quad (20)$$

$$\sigma_{a,M} = \beta_a \sigma_M^2 \quad (21)$$

$$\sigma_a^2 = \beta_a^2 \sigma_M^2 + \sigma_{e_a}^2 \quad (22)$$

donde, R_a es la rentabilidad en exceso respecto a la tasa libre de riesgo del portafolio activo, R_M es la rentabilidad en exceso respecto a la tasa libre de riesgo del portafolio de Mercado o portafolio pasivo, β_a mide el riesgo sistemático del portafolio activo, α_a es el rendimiento anormal del portafolio activo como resultado de una deficiente valoración de sus títulos, $\sigma_{a,M}$ es la covarianza entre el portafolio activo y el portafolio pasivo, σ_a^2 es la varianza total del portafolio activo (que incluye el riesgo sistemático y no sistemático), $\sigma_{e_a}^2$ es la varianza del error que mide el riesgo no sistemático del portafolio activo.

Realizando los cambios de variables en la ecuación (17) que maximiza el ratio de *Sharpe*, se obtiene el porcentaje que deberá ser invertido en el portafolio activo *a* [3]:

$$w_a^* = \frac{\alpha_a}{\alpha_a (1 - \beta_a) + \frac{R_M \sigma_{e_a}^2}{\sigma_M^2}} \quad (23)$$

Cuando $\beta_a = 1$, se encuentra una solución inicial que permite concentrarse en la contribución que tiene el portafolio activo en el rendimiento del portafolio total por unidad de riesgo.

$$w_a^0 = \frac{\alpha_a}{\frac{R_M \sigma_{e_a}^2}{\sigma_M^2}} = \frac{\alpha_a \sigma_M^2}{R_M \sigma_{e_a}^2}$$

$$w_a^0 = \left(\frac{\alpha_a}{\sigma_{e_a}^2} \right) / \left(\frac{R_M}{\sigma_M^2} \right) \quad (24)$$

En la ecuación (24) se observa que el numerador muestra la contribución del portafolio activo por unidad de riesgo no sistemático, respecto al denominador donde se encuentra el ratio de *Sharpe* del portafolio de mercado (pasivo). En la medida que su contribución al rendimiento sea mayor, su porcentaje de participación será mayor, en el caso contrario, el portafolio pasivo tendrá mayor porcentaje en el portafolio total de activos riesgosos.

Si el riesgo sistemático del portafolio activo es igual al promedio, es decir $\beta_a = 1$, entonces el peso óptimo es la ventaja relativa del portafolio activo, dividido entre la desventaja del portafolio activo.

A partir de (24) se encuentra el peso óptimo efectivo cuando la *beta* es diferente de uno:

$$w_a^* = \frac{w_a^0}{1 + (1 - \beta_a) w_a^0} \quad (25)$$

Se observa que w_a^* se incrementará cuando β_a suba porque el riesgo sistemático (capturado por β_a) del portafolio activo es mayor, lo cual hace que sea menos atractivo el beneficio de la diversificación en el índice de mercado M , por lo tanto, se puede concluir que existen beneficios en utilizar las ventajas que ofrecen los títulos deficientemente valorados.

Una vez que se ha determinado la mezcla óptima en w^* , tanto para el portafolio activo y como para el portafolio pasivo, se debe calcular el *ratio* de recompensa frente a la variación *reward to variability ratio* del portafolio riesgoso óptimo. Para esto se debe calcular la medida de *Sharpe* al cuadrado [18] para el portafolio riesgoso, ecuación (26):

$$S_p^2 = S_M^2 + \frac{\alpha_a}{\sigma_{e_a}^2} = \left[\frac{R_M}{\sigma_M} \right]^2 + \left[\frac{\alpha_a}{\sigma_{e_a}} \right]^2 \quad (26)$$

Esta descomposición de la medida de *Sharpe* del portafolio riesgo óptimo, permite establecer cómo construir el portafolio activo, ya que la medida de *Sharpe* para el portafolio riesgoso será mayor, en la medida que se tenga un portafolio activo que logre maximizar el valor del α_a / σ_{e_a} ¹⁸, en cuyo caso, este ratio será maximizado cuando se seleccione el peso de los títulos que conforman el portafolio activo aplicando la siguiente relación¹⁹:

$$w_k = \left(\frac{\alpha_k}{\sigma_{e_a}^2} \right) / \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{\sigma_{e_i}^2} \quad (27)$$

donde, w_k es el peso que tiene cada título *alfa* dentro del portafolio activo, cuya sumatoria deberá ser igual a 1.

Para cuantificar el impacto que tiene el portafolio activo sobre el rendimiento del portafolio total riesgoso, es necesario determinar la rentabilidad en exceso del portafolio riesgoso, tomando en cuenta que el ratio de *Sharpe* para el portafolio riesgoso total óptimo P^* es:

$$S_{P^*} = \frac{E(r_{P^*}) - rf}{\sigma_M}$$

Si $R_{P^*} = E(r_{P^*}) - rf$, entonces se despeja de la ecuación de *Sharpe* la rentabilidad del Portafolio riesgoso total óptimo:

$$R_{P^*} = S_{P^*} \sigma_M \quad (28)$$

Por lo tanto, a partir de (28) se puede calcular el indicador M^2 , el cual es un indicador que muestra las diferencias en los rendimientos esperados²⁰ entre el portafolio riesgo total y el portafolio pasivo, es decir, permite calcular el impacto que tiene el portafolio activo sobre el portafolio total en términos de su rentabilidad esperada:

$$M^2 = [R_{P^*} - R_M] \quad (29)$$

¹⁸ Este cociente también se conoce como *information ratio*, donde la suma de los *information ratio* de cada título i en el portafolio activo debe igualar al portafolio activo $\left[\frac{\alpha_a}{\sigma_{e_a}^2} \right]^2 = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\alpha_i}{\sigma_{e_i}^2} \right]^2$

¹⁹ Esta relación tiene sentido ya que el peso que tiene cada título en el portafolio activo depende del ratio del rendimiento en exceso α_i respecto a su riesgo no sistemático $\sigma_{e_i}^2$, donde la sumatoria de ratios, garantiza que el peso en total sea igual a uno.

²⁰ Este indicador lleva este nombre porque fue planteado por F. Modigliani y su nieta Leah Modigliani en 1997.

5.2. Estimación de alfa y del error no sistemático

Para estimar el rendimiento anormal α_k [11] para un título k , se utiliza el modelo de equilibrio estándar con un solo factor conocido por CAPM:

$$(r_{k,t} - rf_t) = \alpha_k + \beta_k (r_{M,t} - rf_t) + \varepsilon_{k,t} \quad (30)$$

La estimación del modelo econométrico se puede realizar aplicando el método de mínimos cuadrados ordinarios o por máxima verosimilitud²².

Respecto al error no sistemático, se debe implementar una modelación de la volatilidad de los rendimientos de cada título k [7]. Una primera alternativa para la modelación de la varianza en las series temporales es el modelo autorregresivo condicional heterocedástico ARCH, planteado por Engle [14], aunque en el presente documento se plantea la aplicación de un caso más general conocido como el modelo autorregresivo condicional heterocedástico generalizado GARCH, planteado por Bollerslev (1986) y Taylor (1986), debido a que tiene una aplicación más extendida en el campo de la econometría financiera [15].

El modelo GARCH permite realizar una estimación de la varianza condicional de una serie de tiempo a partir de sus propios rezagos, tal y como se representa en la ecuación (31):

$$\sigma_t^2 = \omega + \phi u_{t-1}^2 + \theta \sigma_{t-1}^2 \quad (31)$$

donde σ_t^2 es la varianza del error en el periodo t , u_{t-1}^2 representan errores (ruido blanco) en rezagos, ω , ϕ , θ , son los parámetros a ser estimados. Si $\omega = \gamma V_L$, donde V_L representa la varianza de largo plazo [16], entonces los parámetros estimados representan ponderaciones, los cuales deben ser iguales a uno: $\gamma + \phi + \theta = 1$

Bajo una situación de estacionariedad débil²³, la varianza incondicional (varianza de largo plazo), ecuación (31), será igual a (31):

$$\sigma_t^2 = \frac{\omega}{1 - \phi - \theta} = V_L \quad (32)$$

6. APLICACIÓN

Este acápite tiene por objetivo la aplicación del modelo de T-B a partir de la estimación de parámetros a tres empresas que se encuentran en el sector de bienes industriales (*Industrial Goods*), estas empresas fueron seleccionadas porque obtuvieron una rentabilidad superior a su nivel esperado de equilibrio²⁴.

El cálculo de los rendimientos anormales y pronóstico macro, se realizó tomando en cuenta la siguiente información:

- Una muestra con 45 datos de precios mensuales desde enero de 2009 hasta septiembre de 2012, para las empresas: *Colfax Corporation* (CFX), *Transdigm Group Incorporated* (TDG) y *Sherwin Williams Co.* (SHW).
- Una muestra con 45 datos mensuales del índice bursátil Standard & Poors 500, desde enero de 2009 hasta septiembre de 2012, estos datos fueron utilizados como una variable *proxi* a los rendimientos del Mercado.
- Una muestra con 45 datos mensuales de los rendimientos de las letras del Tesoro Americano (*T-Bills*) a tres meses, de enero del 2009 a septiembre del 2012. Estos datos fueron utilizados como una variable próxima a una tasa libre de riesgo.

A partir de las variables planteadas en la ecuación (30) se utilizaron las series de tiempo de las tres empresas, el índice bursátil S&P 500 y los T-Bills, en el modelo de equilibrio CAPM con el propósito de realizar tres estimaciones econométricas de los siguientes dos parámetros: i) el coeficiente *alfa* (la constante), que mide el rendimiento anormal de

²¹ Este indicador también es conocido como *alfa* de Jensen (1967).

²² Lo importante es que el modelo cumpla con los supuestos de normalidad, homocedasticidad, no autocorrelación, media de los errores igual a cero, es decir, que los errores sean esféricos; asimismo se espera que los parámetros estimados sean estadísticamente significativos.

²³ Se dice que una serie de tiempo es débilmente estacionaria si sus primeros momentos no varían sistemáticamente a lo largo del tiempo y si el valor de la covarianza entre dos periodos, depende únicamente de la distancia entre ambos períodos y no del momento en el cual es calculada.

²⁴ Esto se realizó a partir del análisis de series de tiempo de precios y rendimientos de un total de 900 empresas, que fueron extraídas de yahoo finance.

cada empresa y ii) el coeficiente *beta* (la pendiente), que mide el riesgo sistemático generado por el portafolio de mercado. Los resultados alcanzados permiten contrastar que cada uno de los parámetros son positivos y estadísticamente significativos tal y como se presenta en la Tabla 3²⁵.

TABLA 3 - ESTIMACIÓN DEL MODELO CAPM EN LAS TRES EMPRESAS

Empresa CFX			Empresa TDG			Empresa SHW		
	Alfa α	Beta β		Alfa α	Beta β		Alfa α	Beta β
Coefficientes	0.018	0.674	Coefficientes	0.011	0.323	Coefficientes	0.008	0.167
t - Student	7.048	4.255	t - Student	2.689	2.689	t - Student	2.450	2.450
Valor en Probabilidad	0.000	0.000	Valor en Probabilidad	0.007	0.043	Valor en Probabilidad	0.014	0.079

Fuente: Elaboración propia en base a datos extraídos del yahoofinance.

El riesgo no sistemático de cada empresa se puede medir a través de la varianza de los errores $\sigma_{e_t}^2$, este cálculo se hizo en dos etapas, i) se utilizó la ecuación (31) para estimar un modelo GARCH en los errores de los rendimientos, que permitió determinar el coeficiente de la constante (ω), el coeficiente de errores al cuadrado en rezagos (ϕ) y coeficientes de varianzas en rezagos (θ), los resultados que se presentan en la siguiente tabla, permiten verificar que los parámetros estimados para la constante son estadísticamente significativos:

TABLA 4 - ESTIMACIÓN DE LOS COEFICIENTES DE LA VARIANZA

Empresa CFX					Empresa TDG				Empresa SHW			
	Omega ω	Fi ϕ	Theta θ_1	Theta θ_2		Omega ω	Fi ϕ	Theta θ_1		Omega ω	Fi ϕ	Theta θ_1
Coefficientes	0.002	0.135	0.734	-0.966	Coefficientes	0.000	0.774	-0.046	Coefficientes	0.000	-0.285	1.051
t - Student	3.571	3.571	3.571	3.571	t - Student	1.951	1.951	1.951	t - Student	4.161	4.161	4.161
Valor en Probabilidad	0.000	0.388	0.000	0.000	Valor en Probabilidad	0.051	0.044	0.821	Valor en Probabilidad	0.000	0.013	0.000

Fuente: Elaboración propia en base a datos extraídos del yahoofinance.

Los pronósticos macro para determinar el rendimiento esperado del mercado (portafolio pasivo) y la volatilidad de los errores, se realizaron a partir de los datos obtenidos para el S&P 500²⁶, dando como resultado una rentabilidad mensual de 0.932% con desviación estándar mensual de aproximadamente 1.999%.

A partir de todos estos datos en la siguiente tabla se presenta un resumen de los pronósticos anuales para los rendimientos (alfa), riesgo de mercado (betas), desviación estándar de los errores²⁷ aplicando la ecuación (32), para cada una de las empresas así como para el portafolio pasivo:

TABLA 5 - RESUMEN DE LOS PRONÓSTICOS

Empresa	Alfa	Beta	Sigma	Ratio de Sharpe (Alfa/Sigma)
CFX	23.68%	0.78	13.39%	1.768
TDG	13.63%	0.55	16.27%	0.838
SHW	9.89%	0.44	8.62%	1.147
Portafolio pasivo (S&P 500)	12.55%	1.00	6.93%	1.81

Fuente: Elaboración propia.

²⁵ Corresponde mencionar que se realizaron diferentes pruebas con el objetivo de verificar que los errores cumplan con los criterios de esfericidad.

²⁶ Se utilizó un modelo econométrico Autorregresivo con ocho rezagos AR(8) sobre la serie de rendimientos, cuyo coeficiente de la constante es igual a 0.01 y el coeficiente en rezagos es -0.062, por otro lado, se formuló un modelo GARCH (1,2) con un rezago en los errores al cuadrado y dos rezagos en varianzas condicionales, cuyo coeficiente de la constante es igual a 0.000296 y de los otros parámetros son 0.077, 1.197 y -0.938. Corresponde mencionar que estos modelos presentan errores esféricos y sus coeficientes son estadísticamente significativos.

²⁷ Rendimientos anualizados utilizando la siguiente ecuación: $r_{anual} = (1 + r_{mensual})^{12} - 1$.

Se puede observar que el *ratio de Sharpe* para el portafolio pasivo es igual a 1.81; tomando los datos de la Tabla 5 y aplicando la ecuación (26), el *ratio de Sharpe* para todo el portafolio riesgoso (considerando las tres empresas seleccionadas) ahora es igual a $S_p = 2.90$, permitiendo una mejora de 1.09 en la pendiente de la Línea CAL.

Utilizando la ecuación (27), se presentan en la Tabla 6 la ponderación de cada empresa dentro del portafolio activo (sin tomar en cuenta el portafolio pasivo), la última columna presenta las posiciones óptimas (porcentajes) en cada uno de los títulos con rendimientos anormales (en todos los casos el signo es positivo, lo que significa que se mantienen posiciones largas en todas las empresas):

TABLA 6 - DETERMINACIÓN DE LAS PONDERACIONES DE LAS EMPRESAS SELECCIONADAS DENTRO DEL PORTAFOLIO ACTIVO

Empresa	Alfa/varianza (1)	Ponderación (2)
CFX	13.205	0.417
TDG	5.150	0.163
SHW	13.297	0.420
Total	31.652	1.000

Fuente: Elaboración propia. (1) Los datos fueron tomados de la tabla 5, la varianza es igual a sigma al cuadrado. (2) El cálculo por ejemplo 0.417 es igual a $13.205/31.625$

Utilizando las ponderaciones presentadas en la Tabla 6, se calculó un promedio ponderado para los coeficientes *alfa*, *beta* y *sigma* correspondientes al portafolio activo²⁸, que se presentan en la Tabla 7.

TABLA 7 - CALCULO DE LOS COEFICIENTES DEL PORTAFOLIO ACTIVO

Coefficientes	Resultados
Alfa	0.163
Beta	0.602
Varianza	0.005
Sigma	0.072

Fuente: Elaboración propia.

En base a la ecuación (24) se realizó la estimación del porcentaje óptimo que tiene el portafolio activo respecto al portafolio total de activos riesgosos $w^0 = 1.21$.

Considerando que la *beta* del portafolio activo es menor a 1, igual a 0.602, corresponde aplicar la ecuación (25) para corregir el porcentaje óptimo del portafolio activo sobre el portafolio total de títulos riesgosos, dando como resultado que $w^* = 0.817$.

Los resultados obtenidos establecen que el portafolio activo debe tener una participación del 81.7% sobre el portafolio total de títulos riesgosos, dejando una participación del 18.3% al portafolio pasivo representado por el índice de mercado; a partir de esta distribución es posible reajustar el porcentaje de cada título, por lo que CFX tiene 34.1%, TDG con 13.3% y SHW con 34.3%.

A partir de las ecuaciones (27) y (28) se calculó la rentabilidad del portafolio total riesgoso y el índice de M^2 :

$$R_p = 20.10\%$$

$$M^2 = 7.55\%$$

Los indicadores presentados permiten apreciar que a partir de la inclusión de tres empresas con rendimientos anormales, se logró incrementar la rentabilidad anual del portafolio de títulos riesgosos del 12.55% al 20.10%, para alcanzar este incremento el portafolio activo debe tener una ponderación del 81.7% y el portafolio de mercado (pasivo) una ponderación de 18.3%.

²⁸ Se debe hacer notar que se está trabajando para el supuesto de que los residuos de cada empresa no tienen correlación, por lo que la varianza de los residuos del portafolio activo es un promedio ponderado de varianza del residuo de cada acción.

7. CONCLUSIONES

En el presente documento se pudo evidenciar la interacción que existe entre una estrategia de gestión de portafolios pasiva y una estrategia de gestión activa. Se vio que, en principio, es necesaria la construcción de un portafolio de títulos riesgos que sea eficiente en términos de su rentabilidad media y su varianza, dicho portafolio se estructura tomando en cuenta una función de utilidad que representa el grado de aversión al riesgo que tienen un inversionista más la incorporación de un título libre de riesgo.

Se pudo comprobar que la gestión activa de portafolios cobra relevancia cuando los analistas financieros observan que ciertos títulos valores negociados en los mercados financieros reportan rendimientos anormales, es decir, cuando sus precios de mercado son diferentes a sus precios de equilibrio, esta situación brinda oportunidades para tomar posiciones en dichos títulos a fin de poder incrementar la relación riesgo rendimiento del portafolio administrado; precisamente, la decisión de incorporar estos nuevos títulos al portafolio riesgoso, representa la esencia de la gestión activa de portafolios, cuyo resultado es el incremento en la pendiente de la Línea de Colocación de Activos (CAL) respecto a la Línea del Mercado de Capitales (CML), es decir, el incremento en el ratio de *Sharpe*.

Se realizó la estimación de los indicadores macro del Mercado tomando como base el índice bursátil SP500, dando como resultado una estimación de una rentabilidad esperada del 12.55% anual, una volatilidad de 6.93% y un ratio de *Sharpe* de 1.81. Se utilizó el modelo planteado por Treynor Black para cuantificar el impacto que tendría un portafolio activo, para lo cual se realizó el análisis de diferentes títulos cotizados en los mercados bursátiles internacionales, determinando la selección de tres empresas pertenecientes al sector de bienes industriales, que reportaron rendimientos anormales en el periodo desde enero de 2009 a septiembre de 2012.

Los resultados obtenidos con la aplicación del modelo de T-B permitieron contrastar los beneficios de una gestión activa de portafolios, reflejando un *ratio de Sharpe* de 2.9, una rentabilidad total del portafolio (activo y pasivo) de 20.10% que manifiesta una mejora en la rentabilidad del 7.55% medida a través del indicador M^2 .

Finalmente, un aspecto a considerar en los resultados obtenidos es que, para alcanzar la nueva Línea CAL, es necesario que el portafolio riesgoso esté compuesto por 81.7% en los tres títulos seleccionados que obtuvieron rendimientos anormales y el 18.3% restante en el portafolio de mercado, es decir, se requiere una elevada concentración en el portafolio activo, situación que expone a un elevado nivel de riesgo no sistemático en la estrategia de inversión.

8. REFERENCIAS

- [1] J. Trigo. "Memoria 2011 Bolsa Boliviana de Valores." Internet: <http://www.bbv.com.bo/archivos/Memoria2011.pdf>. 2012 [Accessed 27 September 2012].
- [2] W. S. Cleary. *Market Efficiency Reading 57 – Equity and Fixed Income, Program Curriculum Volume 5 Level I 2011, CFA® Institute*, H. J. Atkinson and P. P. Drake. Ed. Boston: Pearson Custom Publishing, 2011.
- [3] Z. Bodie. *The Theory of Active Portfolio Management Reading 63 – Derivatives and Portfolio Management, Program Curriculum Volume 6 Level II 2012, CFA® Institute*, A. Kane, and A. J. Marcus. Ed. Boston: Pearson Custom Publishing, 2012.
- [4] E. F. Fama. "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work." *The Journal of Finance*, vol. 25, no. 2, pp. 383-417, 1970.
- [5] B. G. Malkiel. "Returns from Investing in Equity Mutual Funds 1971 to 1991." *The Journal of Finance*, vol. 50, no. 2, pp. 549-572, 1995.
- [6] F. J. Fabozzi. *Robust Portfolio Optimization and Management*, P. N. Kolm et al., New Jersey: John Wiley & Sons Inc., 2007.
- [7] T. Terasvirta. *An Introduction to univariate GARCH Models - Handbook of Financial Time Series*. Ed. Berlin: Springer, 2009.
- [8] V. Singal. *Portfolio Risk and Return: Part I Reading 52 – Corporate Finance and Portfolio Management, Program Curriculum Volume 4 Level I 2011, CFA® Institute Ed.* Boston: Pearson Custom Publishing, 2011.
- [9] H. Markowitz. "Portfolio Selection." *Journal of Finance*, vol. 7, no. 1, pp. 77-91, 1952.
- [10] W. F. Sharpe. "Mutual Fund Performance Supplement on Security Prices." *Journal of Business*, vol. 39, no. 1, 1966, pp. 119-138.
- [11] M. C. Jensen. "The performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964." *The Journal of Finance*, vol. 23, no. 2, pp. 389-416, 1967.
- [12] J. Treynor and F. Black. "How to Use Security Analysis to Improve Portfolio Selection." *Journal of Business*, vol. 46, no. 1, pp. 66-86, 1973.
- [13] W. F. Sharpe. "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk." *The Journal of Finance*, vol. 19, no. 3, pp. 425-442, 1964.

- [14] W. H. Greene. *Análisis Económico*, 3th ed., Ed. Madrid: Prentice Hall, 1999.
- [15] C. Brooks. *Introductory Econometrics for Finance*, 2nd ed., Ed. Cambridge: Cambridge, 2008.
- [16] J. C. Hull. *Options, Futures, And Other Derivatives*, 7th ed., Ed. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2009.