

**OPTIMIZACIÓN DE CARTERAS DE RENTA VARIABLE CON *MACHINE LEARNING***  
**OPTIMIZING EQUITY PORTFOLIOS WITH *MACHINE LEARNING***

**Alejandro Vargas Sánchez, André Nicolas Monje Prudencio**

*Universidad Privada Boliviana*

alejandro.vargas@upb.edu

(Recibido el 05 de noviembre 2023, aceptado para publicación el 19 de diciembre 2023)

**RESUMEN**

Ante el creciente papel y aceptación de la Inteligencia Artificial en el mundo de las Finanzas, esta investigación propone aplicar técnicas de Aprendizaje Automático en la gestión de carteras de inversión de renta variable abriendo la posibilidad de mejorar el proceso de estructuración de portafolios que generen resultados empíricos óptimos en relación a técnicas tradicionales, como la cartera de Máximo Índice de Sharpe y el Portafolio Igualmente Ponderado. En contraparte a estas técnicas tradicionales, se aplica la Técnica de *Clustering Affinity Propagation* como la principal para identificar patrones de comportamiento similar entre empresas, complementada con el algoritmo de *Graphical Lasso* para estimar la estructura de dependencia de los datos y *Multi-Dimensional Scaling* para mejorar la representación visual de los *Clusters*. A través de los resultados, se identifica que el portafolio que maximiza las medidas de rentabilidad y riesgo es aquel conformado mediante estas técnicas de *Machine Learning*. Se concluye que al combinar estas tres técnicas de Aprendizaje Automático, se obtiene una alternativa viable y efectiva en la gestión de carteras de inversión en el mercado de renta variable.

**Palabras clave:** Optimización de Carteras, Aprendizaje Automático, Graphical Lasso, Clustering Affinity Propagation, Muti-dimensional Scaling.

**ABSTRACT**

Given the growing role and acceptance of Artificial Intelligence in the world of Finance, this research proposes applying Machine Learning techniques to the management of equity investment portfolios, opening up the possibility to enhance the portfolio structuring process to yield optimal empirical results compared to traditional techniques, such as the Maximum Sharpe Ratio portfolio and the Equally Weighted portfolio. In contrast to these traditional techniques, the Affinity Propagation Clustering Technique is applied as the main approach to identify patterns of similar behavior among companies, complemented by the Graphical Lasso algorithm to estimate the data dependency structure, and Multi-Dimensional Scaling to improve the visual representation of the Clusters. Through the results, it is identified that the portfolio that maximizes the measures of risk and return is the one formed using these Machine Learning techniques. It is concluded that by combining these three Machine Learning techniques, a viable and effective alternative is obtained in the management of investment portfolios in the equity market.

**Keywords:** Portfolio Optimization, Machine Learning, Graphical Lasso, Clustering Affinity Propagation, Muti dimensional Scaling.

**1. INTRODUCCIÓN**

Como individuos racionales, los inversionistas al momento de invertir buscan conformar un portafolio con la mejor selección de activos disponibles que logren la óptima relación entre riesgo y rendimiento; es decir, una combinación que maximice su rentabilidad esperada asumiendo un mínimo riesgo posible de pérdida [1]. Hace más de 70 años, la economía financiera inició su investigación para satisfacer esta necesidad de los inversionistas, hecho que derivó en la aparición de una teoría que enmarca la toma de decisiones de inversión llamada Teoría Moderna de Carteras.

En 1952, el economista Harry Markowitz publicó el artículo *Portfolio Selection*, en el que expone su teoría basada en la distribución de activos en un portafolio en relación con dos criterios: maximizar la rentabilidad para un nivel máximo de riesgo o alternativamente, minimizar el riesgo para una rentabilidad mínima esperada [2]. A partir del supuesto de que los inversionistas únicamente asumirán más riesgo si son compensados con una mayor rentabilidad esperada [3], se considera la rentabilidad de un portafolio como una variable aleatoria calculada a partir de una distribución de probabilidad para un periodo de tiempo. Precisamente, el valor esperado de dicha variable aleatoria cuantifica la rentabilidad, además de que se considera a la varianza como medida de riesgo para cada activo y para todo el portafolio [2]. Con su trabajo, Markowitz reveló que el rendimiento de un portafolio está determinado por el rendimiento promedio ponderado de los activos, mientras que el riesgo depende de la covarianza entre los activos que componen el portafolio [4].

Este modelo buscaba una combinación de todas las posibilidades de inversión que optimicen la relación riesgo-rendimiento y que al agruparlas conformen una frontera eficiente de la que no es posible obtener una mejor relación [3]. Si bien es a partir de estas dos variables que se desarrolla el modelo, se añade la correlación entre los activos como otro elemento clave para medir el riesgo de la cartera y ver el efecto de los cambios de rendimiento de un título sobre otro [5]. Fundamentalmente, el modelo de Markowitz quería expresar que “la capacidad para manejar el riesgo de una cartera se basa en la correlación esperada entre los activos que la integran” [3], introduciendo de manera implícita la idea de diversificación. Esta teoría pretendía mostrar que “gran parte del riesgo de los títulos puede eliminarse mediante la formación de carteras” [6].

Es por esto que el principal aporte a la teoría moderna de portafolios es el principio de que el riesgo total de una cartera disminuye con la diversificación. Esto hace referencia a que la variedad de posibles resultados del retorno promedio esperado durante y al final del horizonte de inversión es menor en una cartera con una óptima composición de valores [3]. La investigación y análisis de Markowitz vinculada a la gestión del riesgo en una inversión es el primer modelo propuesto de selección de carteras, y es esencial para el desarrollo de nuevas ideas y modelos. Este trabajo marcó el punto de partida para que varios investigadores realicen aportes adicionales con el fin de lograr un modelo más consistente y eficaz [2].

A partir del modelo tradicional y clásico de selección de carteras de inversión propuesto por Markowitz en 1952, se abre el espacio a que otras investigaciones contribuyan a la teoría de los portafolios. En este sentido, “se han desarrollado en la investigación varias alternativas a este, se han propuesto nuevos estimadores de rentabilidad y riesgo, y se han introducido nuevos objetivos al problema. Todas estas aportaciones han tenido el objetivo común de mejorar los resultados empíricos o prácticos del Modelo de Markowitz.” [7].

Los fundamentos matemáticos para el desarrollo de la Inteligencia Artificial (AI), disciplina que busca replicar y desarrollar la inteligencia, han estado presentes desde los años cincuenta, más su aplicación generalizada ha sido posible gracias a los avances tecnológicos recientes [8]. Esto se traduce en el aumento de emisión de datos (*Big-Data*) con millones de dispositivos electrónicos conectados, además de numerosas interacciones online que producen grandes cantidades de datos electrónicos a tiempo real [9], el abaratamiento de los costes de almacenamiento de información y la computación en la nube. Esto en conjunto ha permitido acceder y procesar grandes cantidades de información y a mayor velocidad, lo que ha impulsado el uso de IA en trabajos empíricos para la toma de decisiones [8].

Dentro de la Inteligencia Artificial y a partir del año 2006, se populariza el Aprendizaje Automático o *Machine Learning* (*ML*) como una rama de esta disciplina [10] que permite usar modelos matemáticos para que los ordenadores aprendan automáticamente a realizar tareas y resolver problemas a partir de una serie de datos existentes sin instrucciones directas [8]. Es de la mano de grandes empresas como Microsoft, IBM, Google, Facebook y Amazon, que al lanzar sus plataformas de *Machine Learning*, expanden globalmente el manejo y procesamiento de datos de *ML* [10].

Dentro de las Finanzas, la creciente presencia y uso de los modelos de *ML* predomina por sobre todo en áreas vinculadas al:

- Riesgo de crédito y decisión sobre la concesión de préstamos, un área en la que existe consenso del beneficio potencial derivado del uso de *ML* al poder lograr una predicción más precisa de posibles impagos [8].
- Prevención de fraude y el control del blanqueo de capitales, considerando que los modelos de *ML* coadyuvan en la detección de anomalías. La complejidad en los patrones de pagos y transferencias por la diversidad en los medios de pago, son un escenario óptimo para el uso de técnicas de *ML* en el procesamiento de una gran cantidad de información [8].
- Predicción de variables financieras, como el retorno de acciones o de índices de referencia de renta variable o el tipo de cambio [8].

Si bien estas áreas tienen una gran relevancia potencial y nivel de uso actual de técnicas de *Machine Learning* por parte de entidades financieras, existen también otras áreas donde se aplica el *ML*, como lo es el área de gestión de carteras [8]. Dentro de esta área se han implementado diferentes técnicas, entre ellas las técnicas de *Clustering*, con el fin de ser una alternativa más para los modelos de selección de carteras de inversión.

Las técnicas de *Clustering* forman parte de la rama de aprendizaje no supervisado de la Inteligencia Artificial. Son técnicas descriptivas útiles para identificar patrones que explican o resumen los datos mediante la exploración de sus propiedades [11]. Para el área de gestión de portafolios, ante una muestra de empresas de las que se dispone una serie de observaciones como precios de acciones, el análisis de *Clustering* permite clasificarlas en grupos lo más similares posible en base a variables observadas como el riesgo y/o el rendimiento [12], considerando al mismo tiempo los efectos de la diversificación propuesta inicialmente por Markowitz.

En ese contexto, la presente investigación aborda la siguiente pregunta de investigación: ¿Las técnicas de *Clustering* de *Machine Learning* mejora el proceso de estructuración de portafolios de inversión de renta variable en comparación con las técnicas tradicionales, generando así medidas de rentabilidad-riesgo óptimas?

El objetivo general es aplicar la técnica de *Clustering* de *Machine Learning* en la estructuración de carteras de inversión de renta variable para maximizar las medidas de rentabilidad y riesgo, centrándose en las empresas que cotizan en el índice bursátil *Standard & Poor's 500 (S&P 500)*.

Para alcanzar este objetivo, el trabajo se organiza en cinco partes: Después de la introducción, en la segunda sección se desarrolla el marco teórico, donde se abordan conceptos sobre *Machine Learning*, *Graphical Lasso*, algoritmos de *Clustering*, *Manifold Learning* a través de *Multi-Dimensional Scaling*, Red Gráfica, las herramientas de *Machine Learning* y las herramientas financieras.

En la tercera sección, se presenta la metodología de investigación y se expone el proceso de la estructuración de 30 portafolios mediante la técnica de *Clustering* y se explica la metodología para la comparación con portafolios estructurados a partir de técnicas tradicionales.

La cuarta parte se centra en los resultados del estudio. Inicialmente, se contrastan los resultados globales de las técnicas tradicionales. Luego se exponen los resultados específicos de la técnica *Clustering*, presentando los tres mejores y peores portafolios tras relacionar métricas de rentabilidad y riesgo entre sí, y se realiza un análisis comparativo entre técnicas tradicionales y *Clustering*. Finalmente, en la quinta parte, se exponen las conclusiones de la investigación.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1. Aprendizaje automático o *Machine Learning (ML)*

El *Machine Learning (ML)* es una rama de la Inteligencia Artificial (IA) que utiliza técnicas estadísticas y algoritmos computacionales para proporcionar a las computadoras la capacidad de aprender [13] a reconocer patrones, extraer conocimiento, descubrir información y hacer predicciones [14]. Por medio de estas capacidades, las máquinas pueden convertir un conjunto amplio de cifras y datos en conocimiento, resultando ser útil tanto para tomar sus propias decisiones como para que las personas amplíen su conocimiento y se pueda reducir los errores en la toma de decisiones [15].

*ML* se caracteriza por permitir a las máquinas mejorar sus resultados en una tarea específica a través del entrenamiento en grandes volúmenes de datos [16], todo esto realizado de manera automática, sin instrucciones explícitas externas [13]. La construcción de modelos de *Machine Learning* requiere adaptaciones propias debido a la naturaleza de los datos o el contexto al que se aplica. Es por esto que resulta necesario investigar diversas técnicas que permitan obtener resultados precisos y confiables en un tiempo razonable [16]. *Machine Learning* se clasifica en tres grandes corrientes que se enfocan en entrenar estos modelos:

Aprendizaje Supervisado o *Supervised Learning (SL)*: Los algoritmos de *SL* utilizan la técnica de entrenamiento y prueba, basada en dividir un conjunto de datos etiquetados (preclasificados) en dos [16], la primera parte para entrenar un modelo predictivo y la otra para evaluar su rendimiento. El proceso de entrenamiento dura hasta que el modelo alcance un determinado nivel de precisión [16]. Este entrenamiento a las máquinas permite que aprendan a seleccionar y clasificar dichas etiquetas y aplicarlas en otras bases de datos.

Aprendizaje No Supervisado o *Unsupervised Learning (UL)*: Los algoritmos de *UL* no están programados para detectar un tipo específico de datos [17], es decir, que el conjunto de datos no presenta etiquetas explícitas. Al contrario, cuando las máquinas reciben los datos, buscan patrones y estructuras ocultas presentes en los datos de entrada, de tal forma que se puedan agrupar los conjuntos de datos que sean similares [15]. *Unsupervised Learning* es menos restringido en el contexto de una clasificación particular y permite que las máquinas revelen información interesante en los datos. Al igual que la técnica de Aprendizaje Supervisado, utiliza la técnica de entrenamiento y prueba para evaluar la calidad de la solución del modelo predictivo [16].

Aprendizaje por Reforzamiento o *Reinforcement Learning (RL)*: Los algoritmos de *RL* utilizan la técnica de prueba y error, combinando datos etiquetados y no etiquetados para generar una función deseada o clasificador [16]. *Reinforcement Learning* permite a la máquina interactuar con un entorno para aprender en base a señales de recompensa o castigo (retroalimentación) a ajustar su política de decisión de tal forma que logre conseguir la mayor recompensa posible en la tarea determinada [14]. Tras llegar a la mejor solución, la máquina la aprende para acudir a ella en caso de que la necesite de nuevo [15].

Dentro de *Unsupervised Learning (UL)*, encontramos tres técnicas que se complementan entre sí para realizar un Análisis Gráfico detallado del comportamiento de acciones. En primer lugar, la técnica *Graphical Lasso* proporciona

una estimación de la matriz de precisión que revela las relaciones de dependencia entre variables. Estas relaciones se utilizan como base en el proceso de *Clustering*. Acto seguido, la técnica principal en este análisis es *Clustering* vía *Affinity Propagation*, que identifica *Clusters* o grupos significativos de acciones en función de patrones en el conjunto de datos y su similitud.

Para mejorar aún más la interpretación y visualización de los *Clusters*, se incorpora *Manifold Learning* a través de *Multidimensional Scaling*. La información obtenida previamente de Graphical Lasso y Affinity Propagation guía este proceso, permitiendo la transformación de datos hacia un espacio visual más manejable que facilite la percepción de patrones y relaciones entre las acciones, enriqueciendo así la comprensión del Análisis Gráfico.

Finalmente, se utiliza una Red Gráfica para visualizar los resultados del análisis gráfico de una manera clara y comprensible. Esta herramienta permite visualizar los *Clusters* identificados por *Affinity Propagation* y destaca las relaciones significativas entre las acciones.

## 2.2. El algoritmo de *Graphical Lasso* (*Least Absolute Shrinkage and Selection Operator*)

*Graphical Lasso* es una técnica que permite estimar la matriz de covarianza inversa  $\Sigma^{-1}$  denominada matriz de precisión, a partir de un conjunto de datos. De manera general, se utiliza la función de error cuadrático para estimar los coeficientes de un modelo de regresión lineal a través del método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) que puede ser expresado en términos de una matriz  $\Sigma$  con  $p$  filas y  $p$  columnas. En este análisis, cuando el número de individuos u observaciones  $n$  supera la dimensión del número de variables  $p$  que existe entre los datos, es decir,  $n > p$ , no se presentan inconvenientes en la estimación de la matriz. Sin embargo, cuando se trabaja con datos que contienen un gran número de variables que se encuentran significativamente correlacionadas entre ellas, lo que significa que una gran cantidad de variables independientes se relacionan con variables dependientes, es común que el número de variables sea mayor al de las observaciones y que, por ende, no se cuente con suficiente información disponible para estimar de manera precisa la estructura de covarianzas [18].

En dicho caso, la alta dimensionalidad provocará que la matriz tenga una significativa cantidad de error muestral y, sobre todo, la estimación de la matriz de precisión esté sesgada. Este problema puede dificultar la identificación de patrones en los datos y de relaciones significativas entre las variables, además de conducir a modelos estadísticos que se ajusten bien a los datos de entrenamiento mas no así a los de prueba [18].

Teniendo en cuenta estos problemas, se han llevado a cabo estudios con el fin de buscar técnicas que disminuyan la dimensión de la matriz  $\Sigma$  además de reducir el sesgo de la estimación. Estos estudios son posibles con la existencia de ordenadores cada vez más potentes. Entre las soluciones encontradas destaca la técnica de encogimiento (*shrinkage*) *Graphical Lasso* [18].

Cuando la técnica *Graphical Lasso* estima la matriz de precisión, busca que esta sea lo más dispersa posible, es decir, que la matriz contenga la menor cantidad posible de elementos no nulos. Para lograr esto, añade un término de penalización o regularización de norma  $L_1$  a la función de MCO, que empuja los coeficientes de variables asociadas con conexiones no significativas a cero. Esta corrección resaltada en color guindo a continuación, incluye la letra griega lambda  $\lambda$  que representa el parámetro de regularización, que controla la cantidad de penalización que se aplica a los coeficientes de la matriz de precisión estimada. Esta penalización produce una representación más sencilla de interpretar sobre las relaciones entre las variables [18]. Matemáticamente, la función de error cuadrático después de añadir el término de penalización quedaría de esta manera [19]:

$$\underset{\beta \in \mathbb{R}^p}{\text{minimize}} = \frac{1}{2n} \|y - X\beta\|^2 + \lambda \|\beta\|_1 \quad (1)$$

donde  $y$ : Vector de tamaño  $n$  que contiene los valores observados de la variable de interés (variable dependiente) del modelo de regresión lineal;  $X$ : Matriz de tamaño  $n \times p$  que contiene los valores observados de las variables predictoras o explicativas (variables independientes) del modelo de regresión lineal. Cada fila de  $X$  corresponde a una observación distinta mientras que cada columna corresponde a una variable explicativa distinta;  $\beta$ : Vector de tamaño  $p$  que contiene los coeficientes que se estiman en el modelo de regresión lineal. Cada coeficiente corresponde al de una variable explicativa distinta [19].

Cabe mencionar que la penalización  $L_1$  no produce un estimador lineal en  $y$ , y que la solución se encuentra a través de un algoritmo de optimización [18]. Adicionalmente, a medida que se incrementa el valor de lambda, se penalizan más los coeficientes pequeños, lo que resulta en una matriz de precisión más dispersa con menos relaciones entre las variables. Si bien se puede optar por asignar un valor de lambda específico a la técnica *Graphical Lasso*, este también puede ser determinado de manera automática mediante Validación Cruzada [19].

Esta técnica de validación empleada en el presente trabajo utiliza el proceso de entrenamiento y prueba antes descrito. La Validación Cruzada divide los datos en subconjuntos de tamaño similar, realizando ajustes en el conjunto de entrenamiento y evaluando su desempeño en el conjunto de prueba. Después de repetir este proceso para cada subconjunto, se calcula una medida de desempeño promedio sobre cada uno [19]. En particular, la función *GraphicalLassoCV* empleada mediante la biblioteca *Scikit-Learn*, utiliza la medida de desempeño “log-likelihood”, que mide la probabilidad de que los datos observados se ajusten al modelo de matriz de precisión aprendido por el algoritmo. En la implementación, la función trabaja con el promedio de esta medida sobre cada subconjunto y selecciona como óptimo, el valor de lambda que maximice “log-likelihood” promedio.

De igual forma, al momento de estimar la matriz de precisión se utiliza la técnica de las correlaciones parciales precisamente para definir las variables con relaciones relevantes. La correlación parcial mide la relación directa entre dos variables, eliminando los efectos que otras variables intermedias o confusas pueden tener sobre ellas. Una vez estimada la matriz de precisión, se obtiene la información sobre la independencia condicional entre variables. La independencia condicional es un concepto de la teoría de probabilidades que en la matriz hace referencia a la ausencia de una relación directa entre dos variables después de haber eliminado el efecto de otras variables. En la matriz, los elementos no nulos indican una relación entre dos variables mientras que los elementos nulos son los que denotan independencia condicional. Al conocer el valor de las demás variables a través de la correlación parcial, el valor de la variable en cuestión ya no se encuentra influenciado por dichas variables y por ende, se dice que es independiente condicionalmente de ellas [18].

### 2.3. Algoritmos de Clustering: Affinity Propagation

Los algoritmos de *Clustering* buscan la división de los datos en grupos o conglomerados [20] denominados “Clusters” que reflejan una estructura relativamente homogénea de la información que representan los datos [21]. Es así como “un Cluster es una colección de objetos de datos que son similares a otros dentro del mismo Cluster y son distintos a los objetos de otros Clusters” [11]. Si bien este proceso conlleva la pérdida de los detalles, el representar los datos por una serie de Clusters permite su simplificación [12]. Mediante el *Clustering*, es posible descubrir patrones de distribución global y correlaciones interesantes entre patrones de datos [11].

Si nos enfocamos en el *Clustering* de Propagación por afinidad o *Affinity Propagation (AP)* utilizado en este trabajo, es un método de *Clustering* No Jerárquico que genera grupos sin una estructura definida por niveles, por lo que cada punto de datos pertenece a un solo Cluster [22]. Esta técnica de *Unsupervised Learning* utiliza la matriz de covarianzas como entrada para el algoritmo. Considerando que la técnica *Graphical Lasso* estima la matriz de precisión dispersa, se calcula su inversa para usar la matriz de covarianza en el *Clustering*. La razón de este proceso radica en que el algoritmo de *Affinity Propagation* aplicado mediante *Scikit-Learn* no admite la matriz de precisión directamente como entrada. *Affinity Propagation* necesita de una medida de afinidad, es decir, una medida que cuantifique la similitud entre pares de datos, para poder construir una matriz de similitud *S* que agrupe los puntos que son más similares o afines entre sí en un mismo Cluster [23]. En este caso, se usa la distancia euclidiana basada en la covarianza entre pares de datos que indica que mientras más alto es su valor, más similares son estos dos puntos [24]:

$$s(i, k) = - \left\| \sqrt{\text{cov}(x_i, x_i)} - 2\text{cov}(x_i, x_k) + \sqrt{\text{cov}(x_k, x_k)} \right\|^2 \quad (2)$$

donde  $s(i, k)$ : Afinidad que tiene el punto  $k$  –ésimo para describirse como el ejemplar del punto  $i$  –ésimo (Vásquez Clad, 2015);  $x_i$  y  $x_k$ : Vectores de características o variables.;  $\text{cov}(x_i, x_k)$ : Covarianza entre las variables  $x_i$  y  $x_k$  en la matriz de covarianza.

Los ejemplares descritos en  $s(i, k)$ , se producen mediante un proceso iterativo de intercambio de mensajes entre los datos hasta que surja un conjunto de alta calidad denominados de la manera mencionada. Estos ejemplares son los miembros representativos de los Clusters, por lo que la cantidad que se identifique de estos equivale a la cantidad de Clusters que se obtengan [23]. Es por esta razón que *Affinity Propagation* no necesita que se determine el número de Clusters antes de ejecutar el algoritmo [24]. Existen dos tipos de mensajes que pueden ser intercambiados entre puntos: responsabilidad y disponibilidad [23].

El mensaje de responsabilidad definido por  $r(i, k)$ , es enviado de un punto  $i$  a un candidato a ejemplar  $k$  para saber que tanto el punto  $k$  describe al punto  $i$ . Esto significa que el mensaje de responsabilidad indica la idoneidad de  $k$  para ser el ejemplar de  $i$ , considerando los potenciales ejemplares para  $i$ . Este mensaje se denota de la siguiente manera [23]:

$$r(i, k) = s(i, k) - \max [a(i, k') + s(i, k') \forall k' \neq k] \quad (3)$$

donde  $s(i, k)$ : Afinidad del punto  $k$  al punto  $i$ ;  $a(i, k)$ : Mensaje de disponibilidad.

Por otra parte, el mensaje de disponibilidad  $a(i, k)$  es enviado desde los candidatos a los puntos y describe que tan apropiado es para el punto  $i$  elegir el punto  $k$  como su ejemplar. En otras palabras, indica la disponibilidad de  $i$  para elegir al ejemplar. Para cada punto  $k$ , su valor de disponibilidad inicial es cero. El mensaje de disponibilidad se expresa como [23]:

$$a(i, k) = \min [0, r(k, k) + \sum \max [0, r(i', k)]] \quad i' \notin [i, k] \quad (4)$$

Por otra parte, se da lugar a la auto – disponibilidad que hace referencia a que un punto de datos esté dispuesto a ser su propio representante y que por ende, se encuentre en un *Cluster* por sí mismo [23]:

$$a(k, k) = \sum \max [0, r(i', k)] \quad i' \neq k \quad (5)$$

Cabe mencionar que el intercambio de mensajes se da únicamente entre pares de puntos donde el valor de afinidad es conocido y se realicen iteraciones hasta alcanzar un número determinado de iteraciones o hasta lograr la optimización en [23]:

$$\max [a(i, k) + r(i, k)] \quad (6)$$

El intercambio de mensajes actualiza constantemente la matriz de responsabilidad  $R$  y la matriz de disponibilidad  $A$  formadas a partir de  $r(i, k)$  y  $a(i, k)$  respectivamente. Ambas matrices pueden ser vistas como tablas de probabilidad logarítmica en las que el algoritmo realiza las actualizaciones de manera iterativa. La matriz de similitud  $S$  combina la información de la matriz de responsabilidad  $R$  y la matriz de disponibilidad  $A$  para todos los pares de puntos de datos. Ambas matrices de mensajes actualizan y ajustan la matriz de similitud y las asignaciones de *Cluster* en cada iteración a partir de la relación [24]:

$$S = R + A \quad (7)$$

Para evitar oscilaciones numéricas al momento de actualizar los mensajes, se introduce un parámetro de amortiguación  $\lambda$  en el proceso de iteración que limita la magnitud de los cambios en los mensajes y mejora la estabilidad y velocidad de convergencia del algoritmo. El parámetro de amortiguación esta dado por [24]:

$$r_{t+1}(i, k) = \lambda \cdot r_t(i, k) + (1 - \lambda) \cdot r_{t+1}(i, k) \quad (8)$$

$$a_{t+1}(i, k) = \lambda \cdot a_t(i, k) + (1 - \lambda) \cdot a_{t+1}(i, k) \quad (9)$$

donde  $t$ : Iteración actual;  $t + 1$ : Siguiete iteración.

Cabe mencionar que el parámetro de amortiguación presenta un rango de 0 a 1 y mientras más bajo sea el parámetro, la convergencia será más rápida. De manera general y en el código de *Affinity Propagation* empleado, se utiliza un ajuste por defecto de amortiguación igual a 0.5 para equilibrar la velocidad de convergencia y su capacidad para producir predicciones precisas [24].

#### 2.4. *Manifold Learning* a través de *Multi-Dimensional Scaling (MDS)*

Al momento de trabajar con datos de alta dimensión, generalmente surgen problemas para tratarlos e interpretarlos. Precisamente, el Aprendizaje Múltiple o *Manifold Learning* es una técnica de Aprendizaje Automático cuyo objetivo es reducir la complejidad de los datos de alta dimensionalidad para su representación visual y análisis, conservando la estructura, relaciones y patrones importantes encontrados en los datos. Su hipótesis principal supone que los datos se encuentran en una variedad (*Manifold*) uniforme, es decir, un espacio geométrico abstracto de baja dimensión incrustado en un espacio de alta dimensión [25].

El Escalamiento Multidimensional o *Multi – Dimensional Scaling (MDS)* es una técnica de *Manifold Learning* que busca representar gráficamente un conjunto de objetos o variables en un espacio multidimensional, transformando las relaciones de similitud en distancias entre las variables de tal forma que puedan ser representadas en un espacio de baja dimensión [26]. El algoritmo de *MDS* empleado a través de la biblioteca *Scikit – Learn* se basa en la comparación de variables similares, por lo que a medida que las variables sean más similares entre sí, menor será la distancia entre ellas en comparación a la distancia entre otras variables [27].

El objetivo de *MDS* es encontrar coordenadas de puntos que generen una matriz de distancia euclidiana en la representación de baja dimensión que sea lo más similar posible a la matriz de similitud original  $S$  en la representación de alta dimensión. Para lograrlo, el algoritmo emplea un enfoque iterativo que ajusta gradualmente las coordenadas de los puntos en el espacio de baja dimensión hasta que se minimiza la diferencia entre las distancias euclidianas y las distancias en la matriz de Similitud  $S$  [26]. Cabe mencionar que el algoritmo de *Multi – Dimensional Scaling* empleado establece que la representación final tendrá dos dimensiones o 2D.

## 2.5. Red Gráfica: Grafo de correlaciones Parciales

La Red Gráfica es una representación visual de redes que permite comprender las relaciones potencialmente complejas entre un sistema de variables. Esta herramienta toma un grupo de variables y las asigna a la red representándolas a través de nodos o vértices. Estas variables se encuentran conectadas a través de aristas o arcos que indican su relación. Asimismo, la ausencia de arcos entre dos vértices indica la independencia condicional entre dichas variables. La ubicación en la red de cada variable indica su importancia o influencia en relación con las demás variables [28].

La red grafica aplicada en este trabajo a distintas acciones de empresas utiliza las coordenadas obtenidas mediante el análisis de *MDS* como entrada y recurre a las correlaciones parciales entre las acciones para determinar aquellas relaciones más significativas. Las acciones se representan mediante nodos en el grafo y la correlación entre ellas se representan a través de arcos cuyo color indica la fuerza de la correlación. Cabe mencionar que los arcos en esta red grafica no presentan flechas de dirección considerando que la correlación entre dos acciones es simétrica. Además, la coloración de los nodos del grafo se realiza con etiquetas de *Clusters* obtenidas mediante el análisis de *Clustering Affinity Propagation*. Con ello, se puede visualizar como las variables se agrupan según su correlación parcial y se relacionan dentro de cada uno de los *Clusters* conformados.

## 2.6. Herramientas de *Machine Learning* (ML)

Para utilizar las técnicas de *ML*, es necesario conocer de lenguajes de programación [13]. Cada lenguaje de programación tiene sus propios criterios y limitaciones, y dependiendo del problema y del contexto en el que se esté trabajando, uno puede ser más adecuado que otro. Entre los lenguajes de computación estadística para análisis más comunes, destaca el lenguaje *Python* por tener una sintaxis básica similar al inglés, la simplicidad y velocidad con la que se puede escribir un programa vinculada a las líneas de código y el número de sistemas operativos de computadora en las que se puede desarrollar, además de la descarga gratuita del software [14].

*Python* contiene una gran variedad de librerías que amplía la funcionalidad del lenguaje, además cuenta con funciones o métodos que son utilizados para realizar tareas determinadas o interactuar con otros sistemas, facilitando así la codificación y ahorrando tiempo en el desarrollo. Una *API* (*Application Programming Interface*) es una interfaz que permite a los desarrolladores recurrir precisamente a las librerías que reconocen el lenguaje *Python* [14]. Entre las principales bibliotecas de *Python*, encontramos a *Pandas* y *Numpy* que se utilizan para el análisis y manipulación de datos además de cálculos con operaciones matemáticas y estadísticas. A ello, *Matplotlib* y *Scikit-Learn* son dos bibliotecas fundamentales en esta investigación. Por su parte, *Matplotlib* permite visualizar los datos a través de gráficas personalizadas y *Scikit-learn* es una librería de aprendizaje automático de código abierto, capaz de proporcionar algoritmos de Aprendizaje Supervisado y Aprendizaje No Supervisado.

## 2.7. Herramientas Financieras

Para la comparación entre técnicas se buscó aplicar métricas de rentabilidad y riesgo, que incluyen: Retorno Promedio Anualizado, Volatilidad Anualizada, Asimetría, Curtosis, VaR de Cornish-Fisher, VaR Histórico Condicional, índice de Sharpe y Máxima Reducción.

Adicionalmente, se buscó evaluarlas a través del *backtesting*, que permite comparar el desempeño de cada técnica en un contexto retrospectivo y generar un índice de riqueza que mida el retorno acumulativo de los portafolios generados a lo largo del tiempo. Para ello, recurre a ventanas de tiempo específicas o *Rolling Windows* para estimar los parámetros de los modelos de ponderación en cada una.

En cada ventana de tiempo, se emplean las estimaciones de los parámetros para calcular las ponderaciones óptimas de los portafolios basándose a una función de ponderación. A partir de estas ponderaciones optimizadas y los retornos correspondientes de cada activo, se calcula el rendimiento de los portafolios para la siguiente ventana específica. Considerando que los pesos óptimos calculados pertenecen a un tramo anterior, la primera ventana de tiempo del periodo total estudiado no contiene suficiente información para calcular los pesos correspondientes. Por lo tanto, el *backtest* comienza a calcular los retornos de los portafolios a partir de la segunda ventana de tiempo [29].

### 3. METODOLOGÍA

El alcance poblacional del estudio se limita a inversores institucionales y particulares con acceso a mercados de renta variable, que tienen la capacidad de invertir en acciones. Se optó por estos mercados debido a su alta volatilidad y exposición a cambios bruscos en el precio de los activos, lo que los convierte en una opción de inversión que ofrece altas ganancias potenciales, pero también un mayor riesgo.

Se delimitó la investigación a empresas del Standard & Poor's 500 (S&P500), el principal índice bursátil de referencia en Estados Unidos [30], conformado por alrededor de las 500 empresas más grandes del país según su capitalización de mercado [31], es decir, el producto de la cantidad de acciones en circulación de cada empresa y el precio por acción (cotización bursátil). Además de este criterio, para formar parte del índice se consideran otros factores como liquidez, sostenibilidad financiera, grado de internacionalización, volumen de negociación de acciones, tiempo cotizando en bolsa [30].

A 5 de marzo de 2023, en total el S&P500 contempla 503 empresas [32] que a su vez se encuentran divididas en 11 sectores dentro del índice, según la Clasificación Industrial Global Estándar (*GICS*) [33]:

- Energía (*Energy*): Empresas involucradas en la exploración, producción y distribución de petróleo, gas y otros.
- Materiales (*Materials*): Empresas dedicadas a la extracción y procesamiento de productos químicos, materiales de construcción, metales, minerales y empresas de embalaje y papel.
- Industrial (*Industrials*): Empresas que fabrican y distribuyen productos vinculados al transporte y producción de bienes de capital como maquinaria y productos eléctricos empresariales.
- Consumo Discrecional (*Consumer Discretionary*): Empresas que producen bienes de consumo no esenciales como ropa, productos electrónicos y servicios de ocio referidos a hoteles, restaurantes, comercio electrónico, etc. Además, incluye servicios relacionados a la construcción de viviendas.
- Productos de Primera Necesidad (*Consumer Staples*): Empresas que producen bienes de consumo esenciales como alimentos, bebidas y productos de cuidado personal y para el hogar.
- Salud (*Health Care*): Empresas que fabrican productos y prestan servicios vinculados con la atención médica, incluyendo farmacéuticas y empresas de seguros de salud.
- Finanzas (*Financials*): Este sector involucra empresas que prestan servicios financieros como bancos, aseguradoras, empresas de intercambios financieros (mercados) y otras empresas de servicios financieros como corredores de bolsa y administradores de fondos y patrimonios.
- Tecnología de la información (*Information Technology*): Empresas de servicios de software, hardware, fabricantes de semiconductores y equipos de tecnología como computadoras y teléfonos móviles.
- Servicios de Comunicación (*Communication Services*): Empresas de telecomunicaciones y medios de comunicación y entretenimiento.
- Servicios de Utilidad Pública (*Utilities*): Empresas de servicios públicos como electricidad, gas y agua.
- Bienes Inmobiliarios (*Real State*): Empresas que ofrecen servicios vinculados a bienes raíces.

La delimitación temporal de la investigación fue 10 años, a partir del 3 de marzo del 2013 hasta el 5 de marzo del año 2023, ya que se buscó contar con suficiente información histórica que permita realizar un análisis profundo y riguroso que conduzca a conclusiones precisas y confiables, considerando la importancia de los resultados para esta investigación. La razón por la que se escogió un periodo de 10 años en lugar de uno mayor se debe a la cantidad de empresas que se consideraron de manera efectiva en cada submuestra.

La técnica de *Clustering Affinity Propagation* utilizada en el Análisis Gráfico sugirió que un periodo de 10 años era óptimo. Al incrementar el número de periodos, las empresas efectivamente consideradas por la técnica disminuían considerablemente, al no presentar suficiente información histórica y tener que ser excluidas del análisis, además de provocar una menor cantidad de *Clusters*. En el caso de probar con un periodo de estudio de 15 años, la cantidad de empresas eliminadas superaba las 15 empresas en gran parte de las submuestras, mientras que, al reducir el periodo de tiempo en 5 años, la cantidad promedio de empresas eliminadas se reduce a un valor cercano a 4.

#### 3.1. Estructuración de 30 portafolios a partir de la técnica de *Clustering*

En base los sectores del *GICS* previamente mencionados, se utilizó código de *Python* para acceder a Wikipedia y obtener información sobre el nombre de cada una de las empresas que cotizan en el *S&P 500*, así como su sector según la clasificación *GICS*. Una vez verificado que la información en Wikipedia incluía los datos de las 503 empresas que pertenecen al índice, se seleccionaron submuestras aleatorias de 50 empresas.

Al considerar el análisis de un conjunto de más de 500 empresas, realizar cálculos y estimaciones directamente sobre todos los datos puede ser una tarea computacionalmente intensiva y demandante en recursos. Además, se suma la



dificultad de visualizar de manera efectiva los *Clusters* y las relaciones de dependencia. Es por ello que se optó por segregar la cantidad de empresas en subconjuntos representativos, seleccionados de manera aleatoria del conjunto completo. De esta forma, las posibles combinaciones entre empresas se realizan de manera imparcial, asegurando que cada empresa tenga la misma probabilidad de ser seleccionada.

A partir de estas submuestras, se utilizó la información pública disponible del *S&P 500* a través de la base de datos de *Yahoo! Finance* para descargar los precios de cierre ajustados por dividendo de la muestra de empresas en el periodo comprendido entre el 3 de marzo de 2013 y el 5 de marzo del año 2023. Considerando el enfoque de muestreo aleatorio aplicado, no era necesario obtener información histórica de todas las empresas del índice. Por esta razón, empleando funciones y la *API* de *Yahoo! Finance*, fue posible descargar en tiempo real únicamente la información de las empresas seleccionadas, lo que permitió ahorrar tiempo y recursos computacionales.

La estimación de los parámetros de retorno esperado y matriz de covarianzas necesarios se realizó en base a la submuestra seleccionada de 10 años. A pesar de que se escogió trabajar con datos de periodicidad semanal, se descargó información histórica diaria. Esto se debe a que, en periodos más amplios, la ocurrencia de eventos que ocasionan fluctuaciones significativas en los precios de las acciones puede no ser vista en el promedio, lo que reduciría la precisión de las estimaciones [34]. Posteriormente, se procesaron los datos históricos diarios para obtener los retornos semanales de las empresas de la submuestra.

La razón de trabajar con retornos semanales radica en la periodicidad de la tasa libre de riesgo. Considerando que esta investigación involucra un análisis de inversión en acciones que cotizan en bolsas norteamericanas, se decidió utilizar la tasa de los bonos del Tesoro Estadounidense a 3 meses. La *T-Bill* a 3 meses se prefiere como tasa libre de riesgo debido a su sensibilidad a las condiciones actuales del mercado, siendo más precisa que una Letra del Tesoro de mayor plazo. Esta sensibilidad es crucial al comparar diferentes estrategias de inversión en un esquema retrospectivo o *backtesting*. Cuando se utilizan ventanas de tiempo específicas, se estiman los parámetros del modelo en cada ventana, y la sensibilidad se refleja en la capacidad del modelo para adaptarse a las condiciones cambiantes del mercado a medida que avanza el tiempo.

La información de esta letra del Tesoro es publicada de manera semanal por la Reserva Federal de Estados Unidos a través de la página de los Datos Económicos de la Reserva Federal (*FRED*), y corresponde al promedio de las tasas diarias de las letras. Tomando en cuenta que los retornos diarios de la tasa libre de riesgo no se distribuyen de manera uniforme a lo largo de la semana debido a que las transacciones financieras que generan estas tasas no se realizan los fines de semana ni días festivos, la transformación de las tasas semanales a diarias no capturaría las fluctuaciones reales. Por esta razón, resultó más apropiado trabajar directamente con tasas de periodicidad semanal, considerando además que *Python* es capaz de manejar grandes cantidades de datos.

Al transformar los precios de cierre de acciones diarios a retornos semanales, se utilizó la función “*resample*” dentro de *Python*, que por defecto está configurada para que el día de cierre sea el domingo. Dado que la tasa libre de riesgo utiliza el viernes como día de cierre, fue necesario ajustar dicha tasa para convertir los datos a la misma frecuencia semanal.

A partir de este punto, se aplicaron las tres técnicas de Aprendizaje No Supervisado mencionadas previamente a la submuestra seleccionada: *Graphical Lasso*, *Clustering Affinity Propagation* y *Multi-Dimensional Scaling*, utilizando una función de Análisis Gráfico definida. Una vez que se ejecutó la función, se obtuvo información sobre la cantidad de empresas analizadas, el número de *Clusters* obtenidos y las empresas correspondientes a cada *Cluster*, identificadas mediante *tickers* o símbolos bursátiles. Además, se generó una red gráfica que mostraba las correlaciones parciales entre las empresas de la muestra y estadísticas resumidas por acción. Entre estadísticas se incluía el índice de Sharpe o *Sharpe Ratio*.

Basándose en el estudio de [35] Karina Marvin de 2015 titulado “*Creating Diversified Portfolios Using Cluster Analysis*” de la Universidad de Princeton, que propone la creación de carteras diversificadas de acciones de alto rendimiento eligiendo un activo con el índice de Sharpe más alto de cada *Cluster* para formar parte de un portafolio, se decidió seguir este método de selección de activos considerando que se basa en una métrica de riesgo y retorno de manera simultánea. De esta manera, todos los activos seleccionados se incluyeron nominalmente en el portafolio, es decir, en términos teóricos, pero no necesariamente con una asignación de peso.

Seguidamente, se calculó el vector de retornos esperados anualizados y la matriz de covarianzas a partir de los activos seleccionados para conformar el portafolio. Se utilizó la función de optimización de un portafolio de Máximo Índice de Sharpe ( $MSR_p$ ) para realizar una simulación de *backtesting* que permita encontrar la asignación óptima de pesos para las acciones en cada ventana de tiempo de un año, y a partir de estos, calcular el rendimiento del portafolio en la

ventana específica siguiente. Cabe mencionar que además de considerarse solo posiciones largas en las acciones, se añadió la condición de que ningún activo obtenga más del 15% del total del portafolio.

Este límite máximo de inversión por empresa se deriva de pruebas previas, donde se observó que, al analizar 50 empresas durante un periodo de 10 años, la cantidad mínima de *Clusters* obtenidos fue de 8 (como se mencionó anteriormente, *Affinity Propagation* determina automáticamente la cantidad de *Clusters*). De acuerdo con el método de selección de activos aplicado, esto implicaba que habría 8 empresas con una ponderación individual máxima del 12.5% en el portafolio, con el fin de limitar la exposición a cualquier activo individual. Sin embargo, con la intención de proporcionar un margen más amplio y premiar a las empresas con mejores rendimientos, se decidió establecer un límite máximo de inversión del 15%.

Es importante mencionar que la función de ponderación  $MSR_p$  utilizada requiere un valor numérico específico para la tasa libre de riesgo en el cálculo del índice de Sharpe. Por lo tanto, se decidió tomar el promedio de las últimas 52 semanas de la Tasa de los bonos del Tesoro a 3 meses igual a 2.9%. Se eligió este valor porque proporciona una representación adecuada del entorno actual de la tasa libre de riesgo y suaviza las fluctuaciones en las tasas de interés, lo que permite obtener una medida más estable al considerar la serie de tiempo histórica de este instrumento.

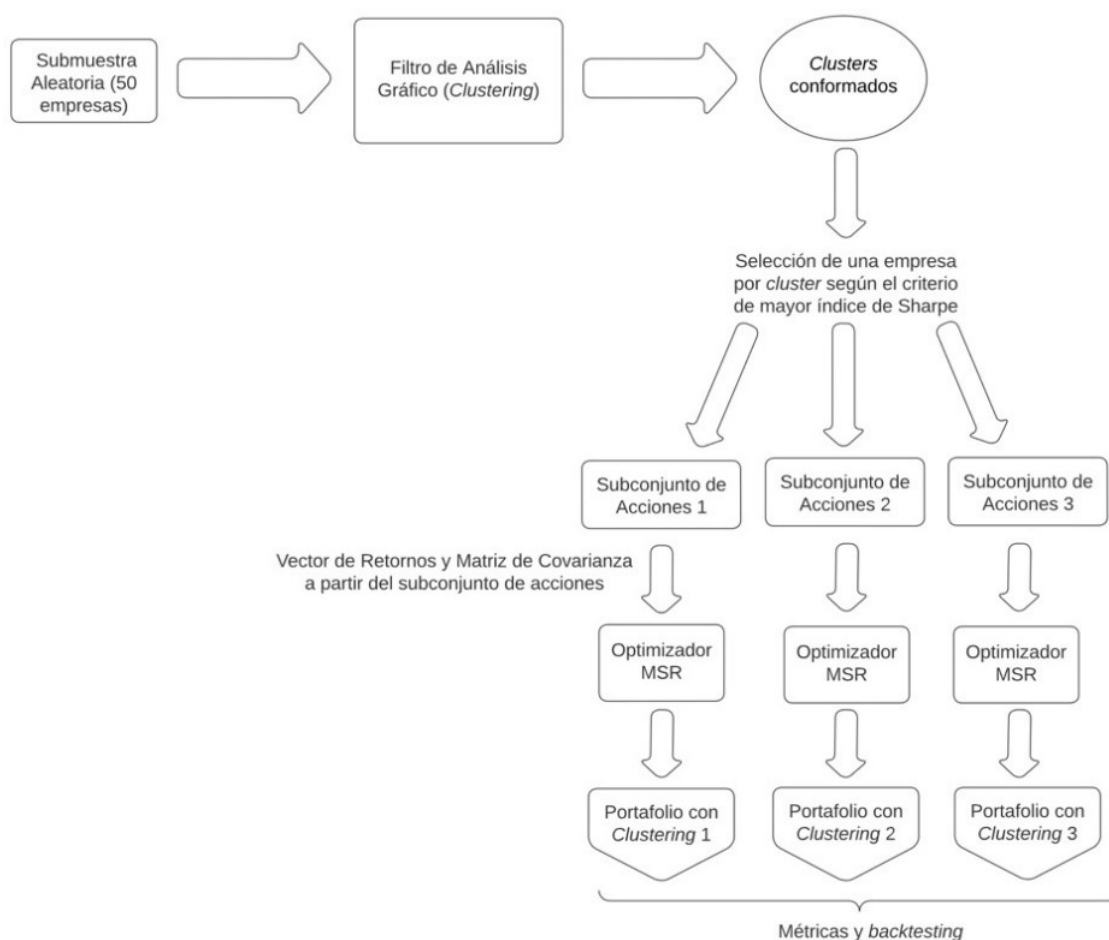
Con toda esta información, se visualizó la evolución temporal del rendimiento del portafolio resultante por medio de un índice de riqueza generado a partir de los resultados del *backtest* y se incluyó un resumen estadístico del desempeño global del portafolio que involucre las medidas de rentabilidad-riesgo antes mencionadas: Retorno Promedio Anualizado, Volatilidad Anualizada, Asimetría, Curtosis, VaR de Cornish-Fisher, VaR Histórico Condicional, índice de Sharpe y Máxima Reducción.

Finalmente, se calcularon los pesos de cada activo en la última ventana de tiempo del portafolio para determinar el número de acciones que contribuyeron significativamente al rendimiento general del mismo en el último año (número efectivo de constituyentes).

En base a la submuestra, se crearon dos portafolios adicionales utilizando el mismo método de selección de activos basado en el índice de Sharpe. Sin embargo, para el segundo portafolio se eligió el segundo mejor activo en términos de este criterio, en lugar del mejor. De manera similar, para el tercer portafolio se eligió el tercer mejor activo de cada *Cluster*. En el caso de que un *Cluster* en particular tuviese solo una empresa, dicha empresa se incluía en los tres portafolios nominalmente. De manera adicional, en los casos en los que un conglomerado o *Cluster* contenga dos empresas, no existían inconvenientes en la conformación de los dos primeros portafolios y en el caso del tercero, se volvía a recurrir a la acción con el índice de Sharpe más alto.

Se repitió este proceso para otras nueve submuestras aleatorias de acciones del *S&P 500*, obteniendo 3 portafolios a partir de cada submuestra y generando un total de 30 portafolios construidos mediante el filtro de Análisis Gráfico y optimizados mediante el modelo de ponderación de Máximo Índice de Sharpe ( $MSR_p$ ). El nombre asignado a cada portafolio corresponde a un número entre el 1 y el 30, según el orden en el que fueron conformados. De esta manera, el "Portafolio 1" se refiere al primer subconjunto de acciones seleccionado de la primera submuestra aleatoria de empresas. Los siguientes dos portafolios creados a partir de la misma submuestra fueron denominados "Portafolio 2" y "Portafolio 3" respectivamente. En este sentido, los portafolios 1, 2 y 3 corresponden a la submuestra 1, mientras que los portafolios 4, 5 y 6 corresponden a la submuestra 2 y así sucesivamente.

Una vez que se armaron los 30 portafolios, se generó una tabla que contiene las estadísticas resumidas de los mismos, ordenados de mayor a menor según el índice de Sharpe. Además, se creó una gráfica utilizando los índices de riqueza previamente generados para cada portafolio, con el objetivo de conocer el retorno acumulado de cada uno a lo largo del tiempo y observar las diferencias y semejanzas entre sus comportamientos. A partir del ranking generado, se seleccionó el mejor portafolio. El procedimiento para la estructuración de un portafolio a partir de la técnica de *Clustering Affinity Propagation* se resume de la siguiente manera en la Figura 1.



**Figura 1:** Visualización del proceso para la estructuración de portafolios a partir de las técnicas de *Machine Learning*

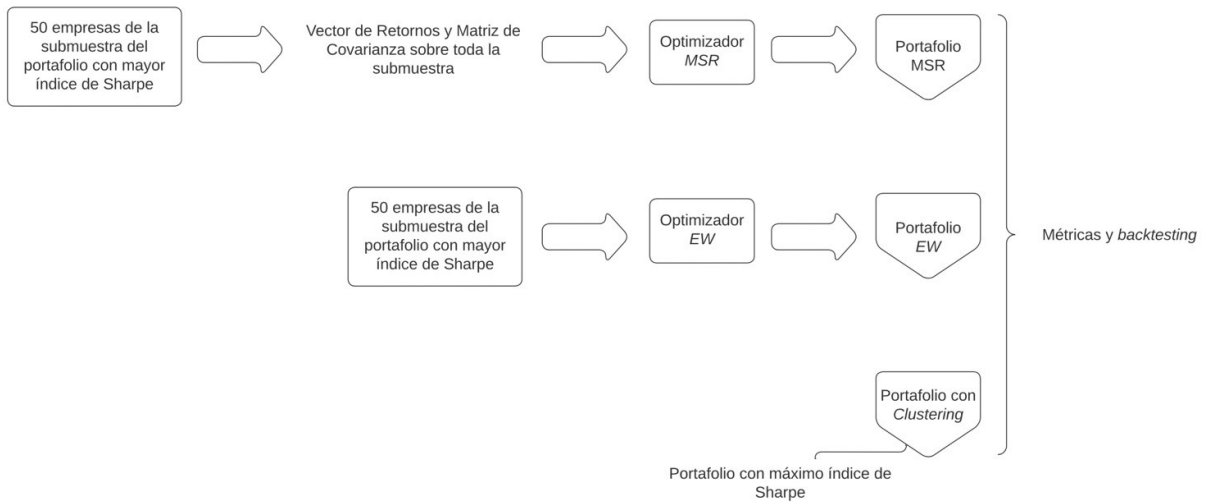
**Fuente:** Elaboración propia.

### 3.2. Comparación con portafolios estructurados a partir de técnicas tradicionales

El portafolio seleccionado con el Máximo Índice de Sharpe se comparó con los modelos de ponderación u optimizadores Máximo Índice de Sharpe ( $MSR_p$ ) y Portafolio Igualmente Ponderado ( $EW_p$ ), los cuales fueron estructurados a partir la submuestra 1 de empresas. Esto significa que, a diferencia del portafolio previamente seleccionado, los portafolios armados mediante los optimizadores consideraron la totalidad de las 50 empresas de la submuestra aleatoria 1 sin antes pasar por la técnica *Clustering* o algún otro filtro previo.

De manera adicional, para el optimizador  $MSR_p$ , en lugar de calcular el vector de retornos esperados anualizados y la matriz de covarianzas a partir de acciones determinadas, estos fueron estimados sobre toda la submuestra. Como se mencionó anteriormente, la construcción del Portafolio Igualmente Ponderado no requiere la estimación de ningún parámetro o variable ni la optimización de una función objetivo. Se generó una tabla de estadísticas resumidas y se llevó a cabo una simulación de *backtesting* para los dos nuevos portafolios construidos, así como para el portafolio con *Clustering* previamente creado. Se obtuvieron los índices de riqueza para cada uno de ellos y se determinaron los pesos óptimos para la última ventana de tiempo correspondientes a los modelos de ponderación mencionados. Se repitió este proceso para el segundo y tercer portafolio que obtuvieron el índice de Sharpe más alto. Es importante destacar que no se consideraron los portafolios que compartían la misma submuestra, ya que los portafolios construidos mediante los modelos de optimización sin antes pasar por el *Clustering Affinity Propagation* serían los mismos. A continuación, en la Figura 2 se expone de manera visual el proceso de la estructuración de los portafolios que no pasaron por la técnica de *Clustering* y la comparación con el Portafolio con el Máximo Índice de Sharpe.

En el siguiente enlace, se puede descargar todo el código en el lenguaje Python de los modelos de aprendizaje automático utilizados, así como las funciones que fueron manejadas: <https://github.com/AlejandroPhD/Optimizacion-de-carteras-de-renta-variable-con-machine-learning>



**Figura 2:** Visualización del proceso de estructuración de portafolios utilizando modelos de ponderación a partir del portafolio con el Máximo Índice de Sharpe y la comparación realizada

**Fuente:** Elaboración propia

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

A partir de los resultados de las métricas presentadas, el resumen global es el siguiente. Los resultados de los portafolios se encuentran ordenados de mayor a menor según el Índice de Sharpe y se presentan en la Tabla 1.

A partir de la Figura 3 presentada a continuación, se puede apreciar la evolución temporal del rendimiento acumulado de 4 portafolios representativos del total de 30 portafolios estructurados a partir de la técnica *Clustering Affinity Propagation*, mismos que fueron seleccionados como resultado de un análisis por cuartiles. Cada índice de riqueza individual o línea de portafolio comienza en el valor 1 en el periodo inicial, lo que indica que el valor de cada portafolio al comienzo del periodo fue igual a la inversión inicial. Es posible observar que hasta el año 2018, los portafolios presentaron una menor variación entre ellos. Sin embargo, a partir de este punto y a medida que avanzó el tiempo, su comportamiento presentó una mayor divergencia.

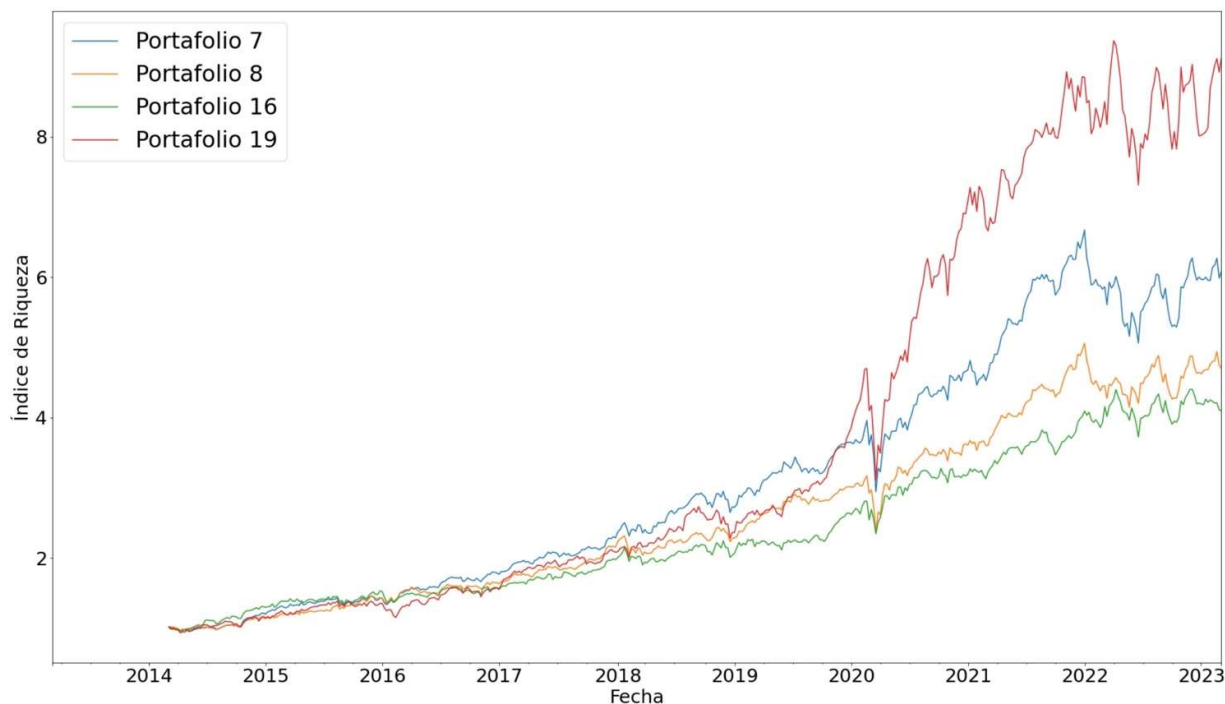
En general, los portafolios exhibieron comportamientos similares, pero de magnitud distinta a lo largo del tiempo. Esto significa que si bien los portafolios fueron afectados por los mismos factores o cambios en el mercado (riesgo sistémico), experimentaron diferentes grados de impacto debido a la composición específica de cada uno de ellos. Algunos portafolios tuvieron una mayor capacidad para generar ganancias durante periodos de auge, mientras que otros lograron proteger la inversión durante periodos de baja. Como se puede apreciar en la Figura 3, una de las caídas más pronunciadas de los portafolios se debió a la pandemia del COVID-19, la cual habría provocado pérdidas significativas de valor en los portafolios durante el primer trimestre del año 2020. No obstante, los portafolios presentaron una tendencia creciente a lo largo del periodo de estudio.

OPTIMIZACIÓN DE CARTERAS DE RENTA VARIABLE CON *MACHINE LEARNING*

**TABLA 1 - RESULTADOS DE MEDIDAS DE RETORNO Y RIESGO LOS PORTAFOLIOS ESTRUCTURADOS A PARTIR DE *CLUSTERING* DURANTE EL PERIODO MARZO 2013 - MARZO 2023**

	Retorno Medio Anual (%)	Volatilidad Anual (%)	Asimetría	Curtosis	VaR de Cornish-Fisher (5%)	CVaR Histórico (5%)	Índice de Sharpe	Máxima Reducción (%)
Portafolio 1	25.66	16.77	(0.23)	6.14	0.03	0.05	1.46	(24.96)
Portafolio 3	26.40	18.79	(0.28)	6.28	0.04	0.06	1.34	(27.89)
Portafolio 2	24.69	18.26	(0.15)	4.97	0.04	0.06	1.29	(21.65)
Portafolio 19	27.71	21.44	(0.17)	8.01	0.04	0.06	1.24	(34.04)
Portafolio 7	22.10	16.93	(0.43)	9.45	0.03	0.05	1.24	(25.71)
Portafolio 13	20.86	16.74	(0.28)	7.54	0.03	0.05	1.18	(25.77)
Portafolio 25	22.44	18.16	(0.04)	6.20	0.04	0.05	1.17	(25.20)
Portafolio 8	18.66	15.25	(0.26)	10.12	0.03	0.05	1.15	(25.22)
Portafolio 26	21.76	18.50	(0.05)	5.43	0.04	0.05	1.12	(24.95)
Portafolio 9	19.88	16.83	(0.41)	8.56	0.03	0.05	1.12	(28.79)
Portafolio 22	20.66	18.08	(0.15)	6.77	0.04	0.06	1.08	(27.30)
Portafolio 21	24.58	21.75	(0.02)	6.04	0.04	0.06	1.08	(31.34)
Portafolio 28	17.08	15.08	(0.18)	5.55	0.03	0.05	1.06	(18.86)
Portafolio 24	18.59	16.89	(0.20)	5.92	0.03	0.05	1.04	(25.09)
Portafolio 27	21.30	19.56	0.10	6.33	0.04	0.06	1.03	(27.64)
Portafolio 15	21.20	19.70	(0.34)	5.92	0.04	0.06	1.02	(28.32)
Portafolio 4	19.49	17.95	(0.53)	11.42	0.04	0.06	1.02	(31.85)
Portafolio 20	23.01	21.70	(0.04)	5.95	0.04	0.06	1.01	(32.37)
Portafolio 16	16.87	15.72	(0.24)	4.74	0.03	0.05	1.00	(16.53)
Portafolio 23	17.88	17.04	(0.25)	5.89	0.04	0.05	0.99	(26.71)
Portafolio 14	17.34	17.29	(0.29)	7.11	0.04	0.05	0.94	(28.39)
Portafolio 30	15.17	14.97	(0.35)	6.15	0.03	0.05	0.94	(20.81)
Portafolio 18	17.90	18.08	0.01	3.99	0.04	0.05	0.93	(18.03)
Portafolio 5	17.93	18.25	(0.53)	10.38	0.04	0.06	0.92	(30.49)
Portafolio 17	14.04	15.75	(0.47)	4.62	0.04	0.05	0.82	(18.72)
Portafolio 10	16.42	19.26	(0.13)	6.93	0.04	0.06	0.80	(31.42)
Portafolio 29	12.95	15.21	(0.61)	7.01	0.03	0.05	0.78	(24.65)
Portafolio 12	15.88	20.06	0.13	9.93	0.04	0.06	0.74	(35.07)
Portafolio 6	14.47	18.47	(0.65)	8.41	0.04	0.06	0.73	(30.50)
Portafolio 11	14.71	19.06	-	8.77	0.04	0.06	0.72	(32.24)

Fuente: Elaboración propia.



**Figura 3:** Resultados del *backtest* de los portafolios estructurados a partir de las técnicas de *Machine Learning*

**Fuente:** Elaboración propia.

#### 4.1. Resultados Globales de las Técnicas Tradicionales

Si al análisis de los 30 portafolios estructurados a través de *Clustering*, añadimos los 6 portafolios conformados a partir de los modelos de ponderación  $MSR_p$  y  $EW_p$ , se puede apreciar a través de la Tabla 2 que los portafolios optimizados mediante Máximo Índice de Sharpe sin ser sometidos al *Clustering* mostraron comportamientos competitivos que, en ciertas ocasiones, dieron lugar a medidas de rentabilidad y riesgo superiores. En este sentido, los portafolios optimizados con  $MSR_p$  ocupan una posición alta en relación con los demás, siguiendo el criterio de orden de mayor a menor según el índice de Sharpe.

Por el contrario, los portafolios igualmente ponderados conformados a partir de las submuestras del portafolio 1, 19 y 7, presentaron en términos generales, un desempeño notablemente inferior al de los demás y es por esa razón que ocupan las posiciones más bajas del ranking, con el portafolio igualmente ponderado conformado a partir de la submuestra 7 (portafolio 19) como el peor según el índice de Sharpe. Es importante destacar que, si bien los optimizadores de Máximo Índice de Sharpe alcanzaron posiciones altas, el portafolio con las medidas de retorno y riesgo asumido más consistentes, además de lograr el índice de Sharpe más alto de todos, es el portafolio 1, resultado del filtro previo de *Clustering Affinity Propagation* y optimización de  $MSR_p$ :

OPTIMIZACIÓN DE CARTERAS DE RENTA VARIABLE CON MACHINE LEARNING

**TABLA 2 - RESULTADOS DE MEDIDAS DE RETORNO Y RIESGO DE TODOS LOS PORTAFOLIOS DURANTE EL PERIODO MARZO 2013 - MARZO 2023**

	Retorno Medio Anual (%)	Volatilidad Anual (%)	Asimetría	Curtosis	VaR de Cornish-Fisher (5%)	CVaR Histórico (5%)	Índice de Sharpe	Máxima Reducción (%)
Portafolio 1	25.66	16.77	(0.23)	6.14	0.03	0.05	1.46	(24.96)
Portafolio MSR (P1)	25.56	16.72	(0.25)	6.40	0.03	0.05	1.46	(25.27)
Portafolio MSR (P7)	24.26	16.49	(0.09)	6.91	0.03	0.05	1.40	(21.53)
Portafolio 3	26.40	18.79	(0.28)	6.28	0.04	0.06	1.34	(27.89)
Portafolio 2	24.69	18.26	(0.15)	4.97	0.04	0.06	1.29	(21.65)
Portafolio MSR (P19)	27.10	20.39	(0.15)	6.10	0.04	0.06	1.27	(29.35)
Portafolio 19	27.71	21.44	(0.17)	8.01	0.04	0.06	1.24	(34.04)
Portafolio 7	22.10	16.93	(0.43)	9.45	0.03	0.05	1.24	(25.71)
Portafolio 13	20.86	16.74	(0.28)	7.54	0.03	0.05	1.18	(25.77)
Portafolio 25	22.44	18.16	(0.04)	6.20	0.04	0.05	1.17	(25.20)
Portafolio 8	18.66	15.25	(0.26)	10.12	0.03	0.05	1.15	(25.22)
Portafolio 9	19.88	16.83	(0.41)	8.56	0.03	0.05	1.12	(28.79)
Portafolio 26	21.76	18.50	(0.05)	5.43	0.04	0.05	1.12	(24.95)
Portafolio 22	20.66	18.08	(0.15)	6.77	0.04	0.06	1.08	(27.30)
Portafolio 21	24.58	21.75	(0.02)	6.04	0.04	0.06	1.08	(31.34)
Portafolio 28	17.08	15.08	(0.18)	5.55	0.03	0.05	1.06	(18.86)
Portafolio 24	18.59	16.89	(0.20)	5.92	0.03	0.05	1.04	(25.09)
Portafolio 27	21.30	19.56	0.10	6.33	0.04	0.06	1.03	(27.64)
Portafolio 4	19.49	17.95	(0.53)	11.42	0.04	0.06	1.02	(31.85)
Portafolio 15	21.20	19.70	(0.34)	5.92	0.04	0.06	1.02	(28.32)
Portafolio 20	23.01	21.70	(0.04)	5.95	0.04	0.06	1.01	(32.37)
Portafolio 16	16.87	15.72	(0.24)	4.74	0.03	0.05	1.00	(16.53)
Portafolio 23	17.88	17.04	(0.25)	5.89	0.04	0.05	0.99	(26.71)
Portafolio 30	15.17	14.97	(0.35)	6.15	0.03	0.05	0.94	(20.81)
Portafolio 14	17.34	17.29	(0.29)	7.11	0.04	0.05	0.94	(28.39)
Portafolio 18	17.90	18.08	0.01	3.99	0.04	0.05	0.93	(18.03)
Portafolio 5	17.93	18.25	(0.53)	10.38	0.04	0.06	0.92	(30.49)
Portafolio 17	14.04	15.75	(0.47)	4.62	0.04	0.05	0.82	(18.72)
Portafolio 10	16.42	19.26	(0.13)	6.93	0.04	0.06	0.80	(31.42)
Portafolio 29	12.95	15.21	(0.61)	7.01	0.03	0.05	0.78	(24.65)
Portafolio 12	15.88	20.06	0.13	9.93	0.04	0.06	0.74	(35.07)
Portafolio EW (P7)	15.86	20.06	(0.25)	14.82	0.04	0.06	0.74	(39.06)
Portafolio 6	14.47	18.47	(0.65)	8.41	0.04	0.06	0.73	(30.50)
Portafolio 11	14.71	19.06	-	8.77	0.04	0.06	0.72	(32.24)
Portafolio EW (P1)	15.24	20.29	(0.17)	12.48	0.04	0.07	0.70	(38.17)
Portafolio EW (P19)	14.30	19.82	(0.16)	15.36	0.04	0.06	0.67	(40.40)

Fuente: Elaboración propia.

## 4.2. Resultados Específicos de las técnicas de *Machine Learning*

### 4.2.1. Los tres Portafolios con las mejores métricas de rentabilidad y riesgo

Si analizamos los portafolios de manera individual, los resultados encontrados muestran que el portafolio que maximiza las medidas de rentabilidad y riesgo es el Portafolio 1 de *Clustering*. Este portafolio presenta el índice de Sharpe más alto de todos, con un valor igual a 1.46, lo que indica que logró el mayor retorno en exceso por unidad de riesgo asumido.

En comparación con los demás portafolios sometidos al *Clustering*, el portafolio 3, obtenido a partir de la misma submuestra, es otro que presenta un índice de Sharpe elevado, pero con un valor significativamente menor de 1.34. Durante el período de tiempo estudiado, el Portafolio 1 mostró una caída máxima del 24.96%, mientras que el Portafolio 3 tuvo una disminución máxima de 27.89%. Esto significa que después de que ambos portafolios alcanzaran un pico del 100% en su valor total respectivamente, la pérdida máxima que sufrió el Portafolio 3 redujo aún más su valor en comparación con el Portafolio 1.

Si bien el Portafolio 3 obtuvo un retorno promedio anualizado superior en 0.74%, mostró una volatilidad anualizada significativamente mayor que la del Portafolio 1 en un 2.02%, lo que no compensa el mayor retorno. Esta mayor variabilidad en los retornos del portafolio 3 hace referencia a una inversión con mayor riesgo asociado. Además, el portafolio 1 presenta la mejor relación entre las medidas de retorno medio anual y volatilidad anual, con valores de 25.66% y 16.77%, respectivamente.

En cuanto al Var de Cornish-Fisher (5%) y Var Condicional Histórico (5%), ambos portafolios mostraron niveles relativamente bajos de riesgo. Para el caso del Portafolio 1, el CVAR Histórico presentó un porcentaje de 5%, indicando que dentro del 5% de los peores escenarios posibles, el promedio de pérdidas del portafolio fue del 5% o menos. El Var de Cornish – Fisher obtuvo un valor de 4%, haciendo referencia a que existe una probabilidad del 5% de que el portafolio experimente pérdidas iguales o mayores al 4% en un año determinado. El portafolio 3 mostró una leve variación mayor en 1% en ambos casos.

Ambos subconjuntos de empresas presentaron una Asimetría y Curtosis similares, con valores de curtosis mayores a 6 pero menores que el promedio general de 7.02. Esto indica una menor probabilidad, en comparación con otros portafolios, de encontrar retornos muy lejanos de la media y, por tanto, un menor riesgo de cartera para ambos. Además, mostraron coeficientes de asimetría cercanos a cero, pero negativos. Sin embargo, el portafolio 1 obtuvo un valor de Asimetría ligeramente mayor, lo que indica una gran acumulación de retornos en la parte superior de la media y un menor número de retornos en la parte inferior de la distribución.

Asimismo, el portafolio 2 destaca dentro del análisis al presentar una de las pérdidas máximas más bajas de entre el total de los portafolios. Sin embargo, la diferencia con el índice de Sharpe del primer portafolio incrementa aún más que en relación con el portafolio 3, ya que presenta un valor igual a 1.29. El portafolio 2 y 3 mostraron los mismos valores en Var de Cornish-Fisher (5%) y Var Condicional Histórico (5%), indicando también un riesgo ligeramente mayor que el portafolio 1. Si bien en comparación al portafolio 1, presenta un coeficiente de asimetría mayor cercano a cero y una curtosis menor cercana a 5, lo que indica una mayor acumulación de retornos alrededor de la media, también presentó una volatilidad anualizada mayor en 1.49% y una rentabilidad media anualizada menor en casi 1%. Aunque el portafolio 2 presenta una mejora en ciertas medidas de rentabilidad y riesgo analizadas, como Asimetría, Curtosis y Máxima Disminución, en términos generales, el portafolio 1 es aquel que presenta una mayor consistencia en los resultados y logra la mejor relación entre la rentabilidad y el riesgo de la inversión.

### 4.2.2. Los tres Portafolios con las peores métricas de rentabilidad y riesgo

Entre los portafolios analizados que obtuvieron las peores medidas de rentabilidad y riesgo, destaca el portafolio 12. Este portafolio, junto con los portafolios 11 y 6, presentaron las peores relaciones entre la rentabilidad media anualizada y la volatilidad anualizada, siendo el portafolio 11 el peor en este criterio. A pesar de ello, el portafolio 12 tuvo una relación similar, pero con una volatilidad mayor de poco más del 20%, muy cercana al valor de volatilidad máxima de 21.75%.

A pesar de que el portafolio 6 alcanzó el coeficiente de Asimetría más bajo de todos, igual a -0.65, el coeficiente del portafolio 12 mostró un valor positivo de 0.13, indicando una gran acumulación de retornos negativos y solo algunos positivos. Además, los portafolios 6, 11 y 12 mostraron coeficientes de Curtosis superiores al promedio de 7.02



previamente mencionado. Los valores para los portafolios 6 y 11 fueron menores a 9, mientras que el portafolio 12 tuvo un valor de 9.93. Este coeficiente cercano a 10 hace referencia a una elevada probabilidad de encontrar retornos extremos y, por tanto, un riesgo considerable para la inversión.

Las tres carteras mostraron el mismo valor de Var de Cornish-Fisher (5%) y Var Condicional Histórico (5%) que los portafolios 2 y 3. Si bien el índice de Sharpe más bajo de todos fue de 0.72 correspondiente al portafolio 11, el portafolio 12 alcanzó un valor levemente mayor en un 2%. Finalmente, de entre los 30 portafolios, el portafolio 12 presentó la peor pérdida en Máxima Disminución, con un valor igual a 35.07%, muy por encima del promedio de 26.68%. En términos generales, el análisis de estas métricas muestra que el portafolio 12 proporciona valores vinculados a un nivel de riesgo relativamente alto en relación con su potencial de rentabilidad.

#### 4.3. Análisis Comparativo entre Técnicas Tradicionales y Clustering

El portafolio 1 mostró el mejor desempeño en las medidas de rentabilidad y riesgo analizadas en relación con los modelos de optimización que no fueron sometidos a la técnica *Clustering Affinity Propagation*. A partir de la Tabla 3, es posible identificar que portafolio 1 tuvo la mejor relación entre retorno medio anual y volatilidad anual, con una volatilidad significativamente menor en comparación con el portafolio igualmente ponderado en casi un 4% y ligeramente mayor que el optimizador de Máximo índice de Sharpe (Portafolio  $MSR_p$ ) en un 0.05%. Sin embargo, logró la rentabilidad promedio anual más alta, lo que compensó el mayor riesgo asumido. Su retorno fue considerablemente superior al de  $EW_p$  en 10.42% y mayor que el de  $MSR_p$  en 0.10%. Es importante destacar que el portafolio igualmente ponderado mostró la peor diferencia entre ambas medidas, con un retorno de 15.24% y volatilidad de poco más del 20%.

La Tabla 3 muestra que los coeficientes de Asimetría de estos tres portafolios se situaron cerca de cero, en un rango estrecho entre - 0.25 y - 0.17. La ligera variación se debe a que los portafolios comparten la misma submuestra de empresas, pero difieren en las ponderaciones. Las distribuciones de estos portafolios muestran un sesgo a la izquierda por una mayor acumulación de retornos en la parte superior de la media. El valor de Curtosis de los portafolios presenta un intervalo más amplio, desde 6.14 para el portafolio 1 hasta 12.48 para el Portafolio Igualmente Ponderado. Específicamente, el  $EW_p$  presenta mayor riesgo debido a su mayor probabilidad de encontrar retornos muy lejanos de la media, reflejada en su valor elevado de Asimetría.

El VaR de Cornish-Fisher (5%) y VaR Condicional Histórico (5%) del portafolio 1 y del optimizador de Máximo Índice de Sharpe mostraron los mismos valores de 3% y 5% respectivamente. En cambio, el Portafolio Igualmente Ponderado presentó un nivel de riesgo mayor en ambos casos. Este portafolio mostró un CVaR Histórico del 7%, indicando que dentro del 5% de los peores escenarios posibles, su promedio de pérdidas fue el más alto de todos.

Finalmente, tanto el portafolio 1 como  $MSR_p$  alcanzaron un Índice de Sharpe de 1.46, lo cual fue más del doble del valor obtenido por el  $EW_p$ . Si bien ambos portafolios optimizados mediante Máximo índice de Sharpe empataron en esta medida, el portafolio 1 logró la menor pérdida máxima. Esto representa una diferencia del 0.31% en comparación con  $MSR_p$  y más del 13% en comparación con el  $EW_p$ . Esto indica que el portafolio 1 sufrió menos en términos de pérdidas después de la mayor caída registrada.

**TABLA 3 - COMPARACIÓN DE TÉCNICAS A PARTIR DEL PORTAFOLIO 1 DE CLUSTERING**

	Retorno Medio Anual (%)	Volatilidad Anual (%)	Asimetría	Curtosis	VaR de Cornish- Fisher (5%)	CVaR Histórico (5%)	Índice de Sharpe	Máxima Reducción (%)
<b>Portafolio EW</b>	15.24	20.29	(0.17)	12.48	0.04	0.07	0.70	(38.17)
<b>Portafolio MSR</b>	25.56	16.72	(0.25)	6.40	0.03	0.05	1.46	(25.27)
<b>Portafolio 1</b>	25.66	16.77	(0.23)	6.14	0.03	0.05	1.46	(24.96)

**Fuente:** Elaboración propia.

La Figura 4 permite apreciar que el rendimiento acumulado del portafolio 1 y que el optimizador de Máximo Índice de Sharpe fue similar durante todo el periodo de estudio. En este sentido, los índices de riqueza de ambos portafolios

parecen estar superpuestos, es decir, uno sobre el otro. En cambio, el Portafolio Igualmente Ponderado siguió un camino distinto mostrando rendimientos acumulados menores en todo el periodo de estudio e incrementando su divergencia respecto a estos dos portafolios a medida que pasa el tiempo.

Ambos portafolios optimizados mediante  $MSR_P$  mostraron comportamientos más marcados tanto en caídas como en subidas en relación con el optimizador  $EW_P$ . Una de las discrepancias en comportamientos que más destaca es la recuperación del covid-19 considerando que ambos portafolios optimizados a través de Máximo Índice de Sharpe lograron una mejor recuperación.



Figura 4: Resultados del Backtest de los optimizadores y el Portafolio 1 de clustering.

Fuente: Elaboración propia.

#### 4.4. Análisis de los Clusters que forman el Portafolio que Maximiza las métricas

El portafolio 1 se originó a partir de la submuestra aleatoria de 50 acciones de empresas 1. Como se puede apreciar en la Tabla 4, esta submuestra se compone de 1 empresa del sector Energético, 8 empresas del sector de Materiales, 4 de Industriales, 5 empresas que producen bienes no esenciales (Consumo Discrecional), 5 empresas de Productos de Primera Necesidad, 3 empresas que fabrican productos y prestan servicios vinculados a la Salud, 7 empresas que prestan servicios Financieros, 9 empresas dedicadas a la Tecnología de Información, 4 empresas de servicios de Comunicación, 2 de servicios de Utilidad Pública y 2 empresas que ofrecen servicios vinculados a bienes raíces (Bienes Inmobiliarios).

TABLA 4 - COMPOSICIÓN DE LA SUBMUESTRA DE EMPRESAS ALEATORIAS 1

<i>Ticker</i>	<i>Nombre</i>	<i>Sector</i>
<i>AMD</i>	<i>AMD</i>	Tecnología de la Información
<i>ANSS</i>	<i>Ansys</i>	Tecnología de la Información
<i>AON</i>	<i>Aon</i>	Finanzas
<i>APA</i>	<i>APA Corporation</i>	Energía
<i>AJG</i>	<i>Arthur J. Gallagher &amp; Co.</i>	Finanzas
<i>CPB</i>	<i>Campbell Soup Company</i>	Consumo Discrecional
<i>CE</i>	<i>Celanese</i>	Materiales
<i>CTAS</i>	<i>Cintas</i>	Industrial
<i>DHI</i>	<i>D.R. Horton</i>	Consumo Discrecional
<i>DISH</i>	<i>Dish Network</i>	Servicios de Comunicación
<i>DOW</i>	<i>Dow Inc.</i>	Materiales
<i>EMN</i>	<i>Eastman Chemical Company</i>	Materiales
<i>ECL</i>	<i>Ecolab</i>	Materiales
<i>FDS</i>	<i>FactSet</i>	Finanzas
<i>FISV</i>	<i>Fiserv</i>	Tecnología de la Información

<b>BEN</b>	<i>Franklin Templeton</i>	Finanzas
<b>GILD</b>	<i>Gilead Sciences</i>	Salud
<b>HRL</b>	<i>Hormel Foods</i>	Productos de Primera Necesidad
<b>K</b>	<i>Kellogg's</i>	Productos de Primera Necesidad
<b>KDP</b>	<i>Keurig Dr Pepper</i>	Productos de Primera Necesidad
<b>KEY</b>	<i>KeyCorp</i>	Finanzas
<b>KEYS</b>	<i>Keysight</i>	Tecnología de la Información
<b>LH</b>	<i>LabCorp</i>	Salud
<b>LEN</b>	<i>Lennar</i>	Consumo Discrecional
<b>LYV</b>	<i>Live Nation Entertainment</i>	Servicios de Comunicación
<b>LYB</b>	<i>LyondellBasell</i>	Materiales
<b>MTD</b>	<i>Mettler Toledo</i>	Salud
<b>MNST</b>	<i>Monster Beverage</i>	Productos de Primera Necesidad
<b>NTAP</b>	<i>NetApp</i>	Tecnología de la Información
<b>NUE</b>	<i>Nucor</i>	Materiales
<b>ORLY</b>	<i>O'Reilly Auto Parts</i>	Consumo Discrecional
<b>ODFL</b>	<i>Old Dominion</i>	Industrial
<b>PAYC</b>	<i>Paycom</i>	Tecnología de la Información
<b>PNC</b>	<i>PNC Financial Services</i>	Finanzas
<b>PPG</b>	<i>PPG Industries</i>	Materiales
<b>PPL</b>	<i>PPL Corporation</i>	Utilidades
<b>PTC</b>	<i>PTC</i>	Tecnología de la Información
<b>SRE</b>	<i>Sempra Energy</i>	Utilidades
<b>SPG</b>	<i>Simon Property Group</i>	Bienes Raíces
<b>STLD</b>	<i>Steel Dynamics</i>	Materiales
<b>SYF</b>	<i>Synchrony Financial</i>	Finanzas
<b>SNPS</b>	<i>Synopsys</i>	Tecnología de la Información
<b>TTWO</b>	<i>Take-Two Interactive</i>	Servicios de Comunicación
<b>TXT</b>	<i>Textron</i>	Industrial
<b>TSCO</b>	<i>Tractor Supply</i>	Consumo Discrecional
<b>URI</b>	<i>United Rentals</i>	Industrial
<b>VICI</b>	<i>Vici Properties</i>	Bienes Raíces
<b>WBD</b>	<i>Warner Bros. Discovery</i>	Servicios de Comunicación
<b>WDC</b>	<i>Western Digital</i>	Tecnología de la Información
<b>WYNN</b>	<i>Wynn Resorts</i>	Consumo Discrecional

Fuente: Elaboración propia.

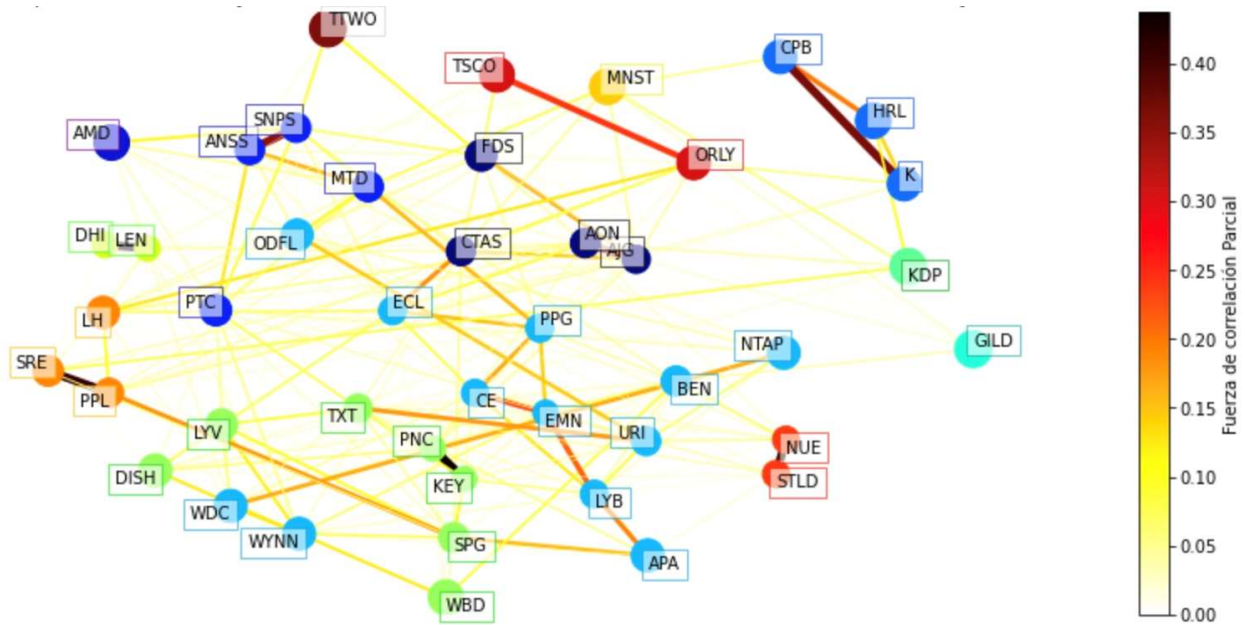
#### 4.5. Análisis Global de los *Clusters* formados

No se consideraron para el análisis las empresas Dow Inc., Keysight, Paycom, Synchrony Financial ni Vici Properties, ya que presentaron información faltante o incompleta durante el periodo de estudio. Por lo tanto, los *Clusters* formados utilizando la técnica de *Clustering Affinity Propagation* están compuestos por un total de 45 empresas, agrupadas de la siguiente manera:

- *Cluster 1: AJG, AON, CTAS, FDS, FISV*
- *Cluster 2: AMD*
- *Cluster 3: ANSS, MTD, PTC, SNPS*
- *Cluster 4: CPB, HRL, K*
- *Cluster 5: DHI, LEN*
- *Cluster 6: APA, BEN, CE, ECL, EMN, LYB, NTAP, ODFL, PPG, URI, WDC, WYNN*
- *Cluster 7: GILD*
- *Cluster 8: KDP*
- *Cluster 9: DISH, KEY, LYV, PNC, SPG, TXT, WBD*
- *Cluster 10: MNST*
- *Cluster 11: NUE, STLD*
- *Cluster 12: LH, PPL, SRE*
- *Cluster 13: ORLY, TSCO*
- *Cluster 14: TTWO*

De manera más atractiva, se visualiza los *Clusters* conformados a través de la técnica *Multi-Dimensional Scaling (MDS)*, como ya se mencionó previamente. Esta representación gráfica se muestra en la Figura 5, donde se observa una amplia gama de arcos de color amarillo, que van desde tonalidades suaves hasta las más fuertes, indicando una correlación baja, menor a 0.10. Sin embargo, existen algunas relaciones más significativas que se evidencian mediante arcos de color naranja, especialmente entre nodos específicos como los del *Cluster 6*, que son de color turquesa.

Las relaciones más interesantes emergen a medida que la fuerza de las correlaciones aumenta. En este sentido, se presentan arcos de color rojizo, como el que conecta a las empresas *LyondellBasell (LYB)* y *Eastman Chemical Company (EMN)* en el sector de materiales, o el que vincula a las empresas *O'Reilly Auto Parts (ORLY)* y *Tractor Supply (TSCO)* en el sector de consumo discrecional. Además, se destacan tres correlaciones con valores cercanos a 0.35 de fuerza, que corresponden a relaciones entre empresas del sector financiero, de tecnología de la información y de productos de primera necesidad. Estas correlaciones se muestran en arcos de color guindo. Por último, se identifican tres relaciones que destacan por ser las correlaciones parciales más fuertes entre todas las acciones analizadas. La primera corresponde al sector de consumo discrecional, la segunda al sector financiero y la tercera al sector de materiales.



**Figura 5:** Red Gráfica de los *Clusters* conformados y las relaciones entre las empresas de la Submuestra 1 durante el periodo de marzo 2013 – marzo 2023.

**Fuente:** Elaboración propia

Cabe destacar que en los *Clusters* conformados por las 10 submuestras aleatorias, es común encontrar relaciones más fuertes entre empresas que pertenecen al mismo sector, como en esta submuestra. No obstante, se presentaron excepciones, algunas de las cuales se muestran en las redes gráficas de las siguientes submuestras:

- Submuestra 2: La empresa *Sysco (SY)* del sector de productos de primera necesidad mostró una correlación parcial de 0.20 con el fabricante de aviones *Boeing (BA)* del sector industrial, además de pertenecer al mismo *Cluster*. Otro caso similar dentro de la misma submuestra es la relación entre *Crown Castle (CCI)* del sector de bienes raíces y *American Water Works (AWK)*, una empresa estadounidense de servicios básicos.
- Submuestra 3: Las empresas *Mohawk Industries (MHK)* y *D.R. Horton (DHI)*, ambas empresas de bienes de consumo no esenciales presentaron una correlación parcial más fuerte con *Masco (MAS)* del sector industrial que entre ellas mismas, a pesar de formar parte del mismo sector. Las tres empresas están agrupadas en el mismo *Cluster*.
- Submuestra 4: La multinacional *Juniper Networks (JNPR)* dedicada a sistemas de redes y seguridad mostró una correlación parcial aproximada de 0.20 con la empresa de energía *AES Corp. (AES)* del sector de servicios de utilidad pública.
- Submuestra 5: La Compañía *General Motors* del sector consumo discrecional y la empresa *TE Connectivity* del sector tecnológico pertenecen al mismo *Cluster*.
- Submuestra 7: El fabricante de aviones *Boeing (BA)* mostró una correlación parcial cercana a 0.25 con la compañía de seguros *Aflac (AFL)*, además de que pertenecen al mismo *Cluster*.

- Submuestra 10: La empresa de servicios públicos *Xcel Energy (XEL)* mostró una correlación cercana a 0.20 con la empresa *Welltower (WELL)* y con el grupo de Inversión en Activos Inmobiliarios *SBA Communications (SBAC)*, ambas vinculadas a servicios de bienes raíces.

## 5. CONCLUSIONES

Se cumplió el objetivo de la investigación en el camino a encontrar el modelo de gestión de portafolio que maximice las medidas de rentabilidad y riesgo. En este sentido, el portafolio que pasó por el filtro previo de *Clustering* (Análisis Gráfico) y fue sometido al modelo de ponderación de Máximo Índice de Sharpe, denominado portafolio 1, logró ser el que maximiza las medidas, colocándose por encima de técnicas tradicionales como la función de ponderación de  $MSR_p$  y  $EW_p$ .

Considerando que el modelo con filtro de *Clustering Affinity Propagation* tiene el mejor desempeño de todos los portafolios conformados, incluidos los modelos tradicionales presentados, se concluye que las técnicas de Aprendizaje Automático pueden ser aplicadas como una alternativa viable y efectiva para el problema en cuestión. Como se vio en el análisis, esto no indica que estos modelos tengan en todos los casos medidas de rentabilidad y riesgo superiores a los modelos tradicionales, e incluso es necesario considerar que la elección del portafolio depende de las necesidades y preferencias individuales de cada inversor, vinculadas al perfil de riesgo y objetivos de inversión, además del contexto del mercado.

A partir de esta investigación se pretende abrir el espacio para explorar casos particulares y distintos factores que puedan afectar el desempeño de estas técnicas de Aprendizaje Automático, entre ellos, la cantidad de *Clusters*, métodos de selección de activos, número de portafolios construidos, etc.

Se recomienda el uso de técnicas de Aprendizaje Automático y en particular el *Clustering*, como base del análisis en esta investigación, debido a su capacidad para identificar patrones y relaciones entre empresas con comportamientos similares, incluso si a primera vista no parecen estar relacionadas por no pertenecer al mismo sector. Como se observó, ciertos patrones se repetían entre algunos sectores, mientras que otros y empresas específicas, tendían a aparecer en su propio *Cluster*. Al aplicar esta técnica y complementarla con *Graphical Lasso* y *Multi-Dimensional Scaling*, se obtuvieron valiosos e innovadores conocimientos que permiten una visión más completa de la realidad, así como identificar o eliminar relaciones que podrían pasar desapercibidas a simple vista y en otro tipo de análisis.

*Clustering* aporta una perspectiva exploratoria vinculada a generar nuevo conocimiento mientras que el enfoque tradicional de modelos de valoración, análisis fundamental y estadísticas clásicas, proporcionan un marco sólido basado en teorías establecidas. Es por ello, que ambos enfoques pueden complementarse para lograr un panorama más completo a la hora de tomar decisiones.

Adicionalmente, por medio de esta técnica se logró apreciar que por más de que se considere un universo de empresas más amplio como fue el caso de los modelos de ponderación en relación con los portafolios optimizados con filtro de *Clustering*, esto no garantiza que se consiga una mejora en los resultados de rentabilidad y riesgo. En ello radica la importancia de seleccionar las empresas adecuadas, más allá de la cantidad total de activos.

Hoy en día, la Inteligencia Artificial es una tecnología que ha transformado muchos sectores, incluso el financiero. Resulta esencial adaptarse a los nuevos contextos que surgen a medida que la Inteligencia Artificial se acerca a nuevas aplicaciones para mejorar la toma de decisiones. Aún más cuando su uso permite reducir costos, incrementar niveles de eficiencia y como se evidenció en esta investigación, obtener un mayor conocimiento y comprensión de los mercados de renta variable además de lograr un portafolio con el mejor desempeño financiero.

Entre las sugerencias y propuestas para las futuras investigaciones, se encuentran:

Utilizar estimadores de retorno y riesgo basados en modelos econométricos en lugar de depender únicamente en estimaciones basadas en la muestra. Los estimadores basados en datos históricos pueden ser sensibles a cambios en la distribución de los datos y a la presencia de valores atípicos. En contraste, los modelos econométricos como las estadísticas bayesianas, modelos factoriales e incluso modelos que permiten extraer retornos esperados implícitos a partir de ingeniería inversa como el Modelo Black – Litterman, pueden mejorar la precisión y robustez de las estimaciones de riesgo y retorno.

En esta investigación se utilizaron algunos modelos de ponderación para construir portafolios y comparar modelos con la premisa de identificar si las técnicas de Aprendizaje Automático pueden superar a modelos tradicionales como el de Markowitz. Sin embargo, es importante mencionar que existen muchos otros modelos que pueden utilizarse, como el portafolio ponderado por su capitalización, que asigna una mayor ponderación a las empresas de mayor capitalización bursátil; el optimizador de Black-Litterman, que combina las expectativas del inversor con la información de mercado

para generar una cartera óptima; y el modelo de ponderación *Equal Risk Contribution (ERC)*, que se basa en el concepto de que cada activo contribuya por igual al riesgo total de la cartera.

Aplicar distintos métodos para determinar la cantidad óptima de portafolios a partir una muestra con un número definido de *Clusters*. De manera predeterminada, en esta investigación se generaron 3 portafolios por cada submuestra de *Clusters*. Sin embargo, existen diversos métodos para encontrar la cantidad óptima de portafolios, algunos de los cuales se basan en la maximización o minimización de la distancia entre los datos, como el método del Codo o el método de la Silueta.

Además de utilizar el índice de Sharpe como medida para seleccionar los activos dentro de cada *Cluster* para construir portafolios, se pueden considerar otras medidas de rentabilidad y riesgo, tanto de las que se emplearon en esta investigación como de otras que se ajusten a los objetivos específicos. Es importante destacar que la selección de activos y la proporción puede variar según el enfoque. Otros métodos también involucran el análisis fundamental de cada empresa relacionado a ratios de liquidez, rentabilidad, endeudamiento, eficiencia o de mercado.

## REFERENCIAS

- [1] Y. Romero y L. Barrientos, «Selección de carteras: una mirada a las metodologías estudiadas y aplicadas en Colombia.,» 2013. [En línea]. Available: <https://revistas.udea.edu.co/index.php/cont/article/view/24099/19724>.
- [2] L. Franco - Arbeláez, «Modelo de Markowitz y Modelo de Black- Litterman en la Optimización de Portafolios de Inversión. Rev.,» 2011. [En línea]. Available: <http://repositorio.itm.edu.co/bitstream/handle/20.500.12622/881/40-Manuscrito-77-1-10-20170208.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.
- [3] U. Garay, «La Teoría Moderna, Nuevos desafíos y Oportunidades.,» 2010. [En línea]. Available: [https://www.researchgate.net/publication/303697096\\_La\\_Teoria\\_Moderna\\_de\\_Portafolios\\_Nuevos\\_Desafios\\_y\\_Oportunidades](https://www.researchgate.net/publication/303697096_La_Teoria_Moderna_de_Portafolios_Nuevos_Desafios_y_Oportunidades).
- [4] L. Silva, «Portfolio optimization using Mean Absolute Deviation (MAD) and Conditional Value-at- Risk (CVaR).,» 2017. [En línea]. Available: <https://www.redalyc.org/jatsRepo/3967/396751070006/396751070006.pdf>.
- [5] O. D. Mejía Carvajal, «Discusión sobre la teoría Moderna del portafolio. Aplicación de la internacionalización del portafolio, incluyendo el caso Colombiano.,» 2002. [En línea]. Available: <https://www.redalyc.org/pdf/212/21208306.pdf>.
- [6] H. Salas Harms, «La teoría de cartera y algunas consideraciones epistemológicas acerca de la teorización en las áreas económico- administrativas.,» 2003. [En línea]. Available: <https://www.redalyc.org/pdf/395/39520803.pdf>.
- [7] M. L. Martínez Nieto, «Tesis Doctoral: Revisitando el modelo de Markowitz: modelos de optimización y aplicaciones.,» 2022. [En línea]. Available: [https://repositorio.uloyola.es/bitstream/handle/20.500.12412/3277/2021\\_MariaLuisaMartinez\\_embargada.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repositorio.uloyola.es/bitstream/handle/20.500.12412/3277/2021_MariaLuisaMartinez_embargada.pdf?sequence=1&isAllowed=y).
- [8] A. A. Robisco y J. M. Carbó, «Inteligencia Artificial y Finanzas: Una Alianza Estratégica.,» 2022. [En línea]. Available: <https://www.bde.es/f/webbde/SES/Secciones/Publicaciones/PublicacionesSeriadas/DocumentosOcasionales/22/Fich/do2222.pdf>.
- [9] M. Yuste Sánchez, «La Inteligencia artificial en las finanzas y su enfoque en el desarrollo y aplicación de los Robo- Advisors.,» 2020. [En línea]. Available: <https://repositorio.comillas.edu/xmlui/handle/11531/40628>.
- [10] D. Hinestroza Ramírez, «El Machine Learning a través de los tiempos y los aportes a la humanidad.,» 2018. [En línea]. Available: <https://repository.unilibre.edu.co/handle/10901/17289>.
- [11] R. Farias, E. Durán y S. Figueroa, «Las Técnicas de Clustering en la Personalización de Sistemas de e-Learning.,» 2008. [En línea]. Available: [http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/21990/Documento\\_completo.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/21990/Documento_completo.pdf?sequence=1&isAllowed=y).
- [12] M. Gómez Suarez, «El Análisis Cluster en Investigación de Marketing: Metodología y Crítica.,» 2002. [En línea]. Available: [https://www.researchgate.net/profile/Monica-Gomez-Suarez/publication/283070714\\_EL\\_ANALISIS\\_CLUSTER\\_EN\\_INVESTIGACION\\_DE\\_MARKETING\\_METODOLOGIA\\_Y\\_CRITICA/links/562889ee08ae518e347c28c1/EL-ANALISIS-CLUSTER-EN-INVESTIGACION-DE-MARKETING-METODOLOGIA-Y-CRITICA.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Monica-Gomez-Suarez/publication/283070714_EL_ANALISIS_CLUSTER_EN_INVESTIGACION_DE_MARKETING_METODOLOGIA_Y_CRITICA/links/562889ee08ae518e347c28c1/EL-ANALISIS-CLUSTER-EN-INVESTIGACION-DE-MARKETING-METODOLOGIA-Y-CRITICA.pdf).
- [13] A. N. Reiz, M. A. De La Hoz y M. E. García, «Big Data Analysis y Machine Learning en medicina intensiva.,» 2019. [En línea]. Available: <https://doi.org/10.1016/j.medin.2018.10.007>.
- [14] E. Manrique Rojas, «Machine Learning: análisis de lenguajes de programación y herramientas para desarrollo - ProQuest.,» 2020. [En línea]. Available:

- <https://www.proquest.com/openview/c7e24c997199215aa26a39107dd2fe98/1?pq-origsite=gscholar&cbl=1006393>.
- [15] Santander Scholarships, «Machine Learning: qué es y por qué está cambiando el mundo Santander Universidades.» 2021. [En línea]. Available: <https://www.becas-santander.com/es/blog/machine-learning-ques.html/>.
- [16] C. Russo, «Tratamiento Masivo de Datos Utilizando Técnicas de Machine Learning.» 17 Mayo 2016. [En línea]. Available: [https://repositorio.unnoba.edu.ar/xmlui/bitstream/handle/23601/107/1\\_resource.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repositorio.unnoba.edu.ar/xmlui/bitstream/handle/23601/107/1_resource.pdf?sequence=1&isAllowed=y).
- [17] R. L. De Mántaras, «El futuro de la IA: hacia inteligencias artificiales realmente inteligentes | OpenMind. OpenMind.» 2018. [En línea]. Available: <https://www.bbvaopenmind.com/articulos/el-futuro-de-la-ia-hacia-inteligencias-artificiales-realmente-inteligentes/>.
- [18] F. Godino Gómez, «Estimación de Matrices de Covarianzas: Nuevas Perspectivas.» 2014. [En línea]. Available: <http://e-spacio.uned.es/fez/eserv/bibliuned:masterMatavanz-Fgodino/Documento.pdf>.
- [19] J. Mulvey, «Penalty methods [Vídeo].» 2020. [En línea]. Available: <https://www.coursera.org/learn/python-machine-learning-for-investment-management/lecture/xvqVH/penalty-methods>.
- [20] M. e. Garre, «Comparación de diferentes algoritmos de clustering en la estimación de coste en el desarrollo de software.» 2007. [En línea]. Available: <https://www.redalyc.org/pdf/922/92230103.pdf>.
- [21] U. C. Von Luxburg, R. Williamson y I. Guyon, «Clustering: Science or Art?.» 2012. [En línea]. Available: <http://proceedings.mlr.press/v27/luxburg12a/luxburg12a.pdf>.
- [22] V. Arranz Barcenilla, «Aplicación web para la gestión de carteras de inversión usando técnicas de Inteligencia Artificial.» 18 Noviembre 2022. [En línea]. Available: <https://uvadoc.uva.es/handle/10324/57220>.
- [23] A. A. Vásquez Clad, «Estimación de Riesgo de Fallo en Materias Basado en Similitud y Manejo de Incertidumbre Dada por Datos Académicos Históricos.» 2015. [En línea]. Available: <https://www.dspace.espol.edu.ec/retrieve/f696e48f-158f-4422-bbbd-a793d02e753e/D-84541.pdf>.
- [24] D. Mayor Tomillo, «Desarrollo de perfiles de pacientes afectados por síndrome de túnel carpiano y cefalea tensional mediante el uso de técnicas de aprendizaje automático.» 2020. [En línea]. Available: [https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/162320/71170215G\\_TFG-M\\_1600329498706185282145810529085.pdf?sequence=1](https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/162320/71170215G_TFG-M_1600329498706185282145810529085.pdf?sequence=1).
- [25] D. Perrault-Joncas y M. Meil, «Metric Learning and Manifolds: Preserving the Intrinsic Geometry.» 2017. [En línea]. Available: <https://sites.stat.washington.edu/mmp/geometry/reading-group17/html/RMetric.pdf>.
- [26] Universidad Carlos III de Madrid, «Análisis de Multidimensional Scaling.» s.f.. [En línea]. Available: <https://halweb.uc3m.es/esp/Personal/personas/jmmarin/esp/DM/tema4dm.pdf>.
- [27] F. M. Guerrero Casas y J. M. Ramírez Hurtado, «El Análisis de Escalamiento Multidimensional: Una alternativa y un complemento a otras técnicas multivariantes.» Enero 2002. [En línea]. Available: <https://revistas.udea.edu.co/index.php/ceo/article/view/11450/10450>.
- [28] J. Mulvey, «Unsupervised learning [Vídeo].» 2020. [En línea]. Available: <https://www.coursera.org/learn/python-machine-learning-for-investment-management/lecture/IFYle/unsupervised-learning>.
- [29] V. P. Vaidyanathan, «Module 1 Lab Session - Foundations [Vídeo].» 2020. [En línea]. Available: <https://www.coursera.org/learn/advanced-portfolio-construction-python/lecture/ZdgGw/module-1-lab-session-foundations>.
- [30] GBM, «Índice S&P 500: ¿Qué es y cómo funciona?.» 2022. [En línea]. Available: <https://gbm.com/academy/indice-sp-500-que-es-y-como-funciona/>.
- [31] Forex, «S&P 500: Qué es y cómo operar con este índice |.» 2022. [En línea]. Available: <https://www.forex.com/es-latam/news-and-analysis/sp-500-que-es-y-como-operar/>.
- [32] S&P Dow Jones Indices, «S&P 500®.» 2023. [En línea]. Available: <https://www.spglobal.com/spdji/es/indices/equity/sp-500/#data>.
- [33] Investing Guides ES., «Sectores GICS - Investing Guides ES.» 23 Enero 2022. [En línea]. Available: <https://investing-guides.com/es/gics-sectores/>.
- [34] V. P. Vaidyanathan, «Lack of robustness of Markowitz analysis [Vídeo].» 2020. [En línea]. Available: <https://www.coursera.org/learn/introduction-portfolio-construction-python/lecture/BX12Q/lack-of-robustness-of-markowitz-analysis>.
- [35] K. Marvin, «Creating Diversified Portfolios Using Cluster Analysis.» 2015. [En línea]. Available: [https://www.cs.princeton.edu/sites/default/files/uploads/karina\\_marvin.pdf](https://www.cs.princeton.edu/sites/default/files/uploads/karina_marvin.pdf).